

Les Éditions Lavoisier vous présentent  
le programme officiel des classes préparatoires  
aux Grandes Écoles.

**Lavoisier**  
TEC & DOC

Réussir sa prépa scientifique  
avec nos collections de livres de référence

L'offre complète, c'est par ici

L'Indispensable en Prépas  
Maths  
Physique  
Chimie  
Toute la  
**MPSI**

COMPÉTENCES PRÉPAS  
AMM  
**Physique**

PERFORMANCE CONCOURS  
PC PC\*  
**Physique**

Tout savoir sur les prépas :

- Les actus • Les filières
- Les conseils de profs • Nos ouvrages  
et bien plus...

[prepas.lavoisier.fr](http://prepas.lavoisier.fr)



# Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Physique et chimie (PC)**

Discipline : **Mathématiques**

**Seconde année**

# Classe préparatoire PC

## Programme de mathématiques

### Table des matières

<b>Objectifs de formation</b>	<b>2</b>
Description et prise en compte des compétences . . . . .	2
Unité de la formation scientifique . . . . .	3
Architecture et contenu du programme . . . . .	4
Organisation du texte . . . . .	4
Usage de la liberté pédagogique . . . . .	5
<b>Programme</b>	<b>6</b>
Algèbre linéaire . . . . .	6
A - Espaces vectoriels, endomorphismes et matrices . . . . .	6
B - Réduction des endomorphismes et des matrices carrées . . . . .	7
Espaces euclidiens . . . . .	8
Espaces vectoriels normés de dimension finie . . . . .	9
Suites et séries . . . . .	10
A - Séries numériques . . . . .	10
B - Suites et séries de fonctions . . . . .	11
C - Séries entières . . . . .	12
Fonctions vectorielles, arcs paramétrés . . . . .	13
Intégration . . . . .	14
Probabilités . . . . .	17
A- Espaces probabilisés . . . . .	17
B - Variables aléatoires discrètes . . . . .	19
Calcul différentiel . . . . .	21
Équations différentielles linéaires . . . . .	23

Le programme de mathématiques de PC, dans le prolongement de celui de PCSI, s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.

## Objectifs de formation

La formation mathématique en classe préparatoire scientifique vise deux objectifs :

- l'acquisition d'un solide bagage de connaissances et de méthodes permettant notamment de passer de la perception intuitive de certaines notions à leur appropriation, afin de pouvoir les utiliser à un niveau supérieur, en mathématiques et dans les autres disciplines. Ce degré d'appropriation suppose la maîtrise du cours, c'est-à-dire des définitions, énoncés et démonstrations des théorèmes figurant au programme ;
- le développement de compétences utiles aux scientifiques, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs ou enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour les résoudre, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.

Pour répondre à cette double exigence, et en continuité avec les programmes de mathématiques du lycée, les programmes des classes préparatoires définissent un corpus de connaissances et de capacités, et explicitent six grandes compétences qu'une activité mathématique permet de développer :

- **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;
- **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
- **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
- **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
- **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main ou à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
- **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

## Description et prise en compte des compétences

### S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies

Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.

Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

### Modéliser

Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie ou des probabilités. La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles, mathématiques et informatique).

## **Représenter**

Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique ; un problème de probabilités peut recourir à un arbre, un tableau, des ensembles. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

## **Raisonner, argumenter**

La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

## **Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique**

Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent.

Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

## **Communiquer à l'écrit et à l'oral**

La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

## **Unité de la formation scientifique**

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemple, la géométrie apparaît comme un champ d'utilisation des concepts développés en algèbre linéaire et euclidienne ; les probabilités utilisent le vocabulaire ensembliste et illustrent certains résultats d'analyse.

Percevoir la globalité et la complexité du monde réel exige le croisement des regards disciplinaires. Ainsi, les mathématiques interagissent avec des champs de connaissances partagés par d'autres disciplines. Aussi le programme valorise-t-il l'interprétation des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie et des probabilités en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques ou chimiques (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure de grandeurs, incertitudes...).

La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions.

Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il peut s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un contexte historique et social donné, une problématique spécifique et la construction, pour la résoudre, d'outils mathématiques.

## Architecture et contenu du programme

L'étude de chaque domaine du programme (analyse, algèbre, probabilités) permet de développer des aptitudes au raisonnement et à la modélisation, et d'établir des liens avec les autres disciplines.

Afin de contribuer au développement des compétences de modélisation et de représentation, le programme préconise le recours à des figures géométriques pour aborder l'algèbre linéaire, les espaces euclidiens, les fonctions d'une ou plusieurs variables réelles, les fonctions vectorielles.

Le programme d'algèbre comprend deux volets. Le premier prolonge l'étude de l'algèbre linéaire abordée en première année et aboutit à la théorie de la réduction dont il développe quelques applications. Le second, consacré à l'algèbre euclidienne, met l'accent sur les relations entre les points de vue vectoriel, matriciel et géométrique, notamment à travers une étude spécifique aux dimensions deux et trois. Le théorème spectral établit un lien entre ces deux volets. Le vocabulaire sur les structures algébriques est introduit au fur et à mesure des besoins.

Le programme d'analyse est introduit par un chapitre de topologie des espaces vectoriels normés. Celui-ci s'attache à développer et illustrer les notions générales dans le cadre de la dimension finie avant d'aborder celui des espaces fonctionnels. L'introduction des normes de la convergence uniforme, en moyenne ou en moyenne quadratique pose le cadre topologique de l'étude des suites et séries de fonctions, qui aboutit aux théorèmes classiques de régularité et d'inversion. Cette étude bénéficie de l'introduction de nouveaux outils relatifs aux séries numériques, permettant de compléter l'approche qui en a été faite en première année.

Le chapitre sur les séries entières permet de construire des fonctions de variable complexe et de fournir un outil pour la résolution d'équations différentielles linéaires.

La généralisation aux fonctions à valeurs dans  $\mathbb{R}^n$  des résultats d'analyse réelle étudiés en première année fournit, avec une étude modeste des arcs paramétrés, une nouvelle occasion de relier les registres analytique et géométrique.

L'étude de l'intégration, entamée en première année dans le cadre des fonctions continues sur un segment, se poursuit dans celui des fonctions continues par morceaux sur un intervalle quelconque. L'intégrale généralisée est un intermédiaire à l'introduction de la notion de fonction intégrable, qui permet d'énoncer les théorèmes classiques sur l'intégration des suites et séries de fonctions et sur les intégrales à paramètre.

Le chapitre relatif au calcul différentiel à plusieurs variables est limité au cas des fonctions numériques de deux ou trois variables réelles. Il fournit des méthodes et des outils opérationnels pour résoudre des problèmes pouvant être issus d'autres disciplines scientifiques (recherche d'extremums, équations aux dérivées partielles). Il comporte un paragraphe présentant les premières notions de géométrie différentielle et favorise ainsi les interprétations et visualisations géométriques.

L'étude des équations et des systèmes différentiels est limitée au cas linéaire, dont les interventions sont fréquentes tant en mathématiques que dans les autres disciplines scientifiques. L'utilisation dans ce cadre du théorème de Cauchy permet d'établir la structure de l'ensemble des solutions, illustrant la pertinence des outils de l'algèbre linéaire pour résoudre des problèmes d'origine analytique. Le cas particulier où les coefficients sont constants permet de mettre en œuvre des techniques de réduction matricielle.

L'enseignement des probabilités présente brièvement le formalisme de Kolmogorov, qui sera repris dans le cursus ultérieur des étudiants. Son objectif majeur est l'étude des variables aléatoires discrètes, en prolongement des variables finies étudiées en première année, ce qui permet d'élargir aux processus stochastiques à temps discret le champ des situations réelles se prêtant à une modélisation probabiliste.

La loi faible des grands nombres permet de justifier a posteriori l'approche fréquentiste d'une probabilité pour un schéma de Bernoulli, déjà évoquée dans le cursus antérieur des étudiants. L'inégalité qui la sous-tend précise la vitesse de convergence de cette approximation et valide l'interprétation de la variance comme indicateur de dispersion.

Ce chapitre a vocation à interagir avec le reste du programme.

## Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement qu'à celui des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours.

Le programme est décliné en chapitres. Chaque chapitre comporte un bandeau définissant les objectifs essentiels et délimitant le cadre d'étude des notions qui lui sont relatives et un texte présenté en deux colonnes : à gauche figurent les contenus du programme (connaissances et méthodes) ; à droite un commentaire indique les capacités exigibles des étudiants, précise quelques notations ainsi que le sens ou les limites à donner à certaines questions. Dans le cadre de sa liberté pédagogique et dans le respect de la cohérence de la formation globale, le professeur décide de l'organisation de son enseignement et du choix de ses méthodes.

En particulier, l'ordre de présentation des différents chapitres ne doit pas être interprété comme un modèle de progression. Parmi les connaissances (définitions, notations, énoncés, démonstrations, méthodes, algorithmes...) et les capacités de mobilisation de ces connaissances, le texte du programme délimite trois catégories :

- celles qui sont exigibles des étudiants : il s'agit de l'ensemble des points figurant dans la colonne de gauche des différents chapitres ;
- celles qui sont indiquées dans les bandeaux et la colonne de droite comme étant « hors programme ». Elles ne doivent pas être traitées et ne peuvent faire l'objet d'aucune épreuve d'évaluation ;
- celles qui relèvent d'activités possibles ou souhaitables, mais qui ne sont pas exigibles des étudiants. Il s'agit des activités proposées pour illustrer les différentes notions du programme (visualisations à l'aide de l'outil informatique, activités en lien avec les autres disciplines).

Pour les démonstrations des théorèmes dont l'énoncé figure au programme et qui sont repérées dans la colonne de droite par la locution « démonstration non exigible », le professeur est libre d'apprécier, selon le cas, s'il est souhaitable de démontrer en détail le résultat considéré, d'indiquer seulement l'idée de sa démonstration, ou de l'admettre.

Afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, il convient d'en aborder l'enseignement en coordination avec les autres disciplines scientifiques.

Les liens avec les disciplines scientifiques et technologiques sont identifiés par le symbole  $\Leftrightarrow$  PC pour la physique et la chimie et  $\Leftrightarrow$  I pour l'informatique.

## Usage de la liberté pédagogique

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est en effet d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. Quel que soit le contexte (cours, travaux dirigés), la pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants ;
- didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective d'une problématique avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, mais aussi des questions d'actualité ou des débats d'idées, permet de motiver son enseignement.



# Programme

## Algèbre linéaire

Dans toute cette partie,  $\mathbb{K}$  désigne  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

### A - Espaces vectoriels, endomorphismes et matrices

Le programme est organisé autour de trois objectifs :

- consolider les acquis de la classe de première année;
- étudier de nouveaux concepts : somme de plusieurs sous-espaces vectoriels, sous-espaces stables, trace ;
- passer du registre géométrique au registre matriciel et inversement.

Le programme valorise les interprétations géométriques et l'illustration des notions et des résultats par de nombreuses figures.

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Produit et somme d'espaces vectoriels

Produit d'un nombre fini d'espaces vectoriels ; dimension dans le cas où ces espaces sont de dimension finie.

Somme, somme directe d'une famille finie de sous-espaces vectoriels ; sous-espaces supplémentaires.

Base d'un espace vectoriel  $E$  de dimension finie adaptée à un sous-espace vectoriel  $F$  de  $E$  ; base d'un espace vectoriel  $E$  de dimension finie adaptée à une décomposition en somme directe  $E = \bigoplus E_i$ .

Si  $F_1, \dots, F_p$  sont des sous-espaces de dimension finie, alors :

$$\dim\left(\sum_{i=1}^p F_i\right) \leq \sum_{i=1}^p \dim(F_i)$$

avec égalité si et seulement si la somme est directe.

Décomposition en somme directe obtenue par fractionnement d'une base.

#### b) Matrices par blocs et sous-espaces stables

Matrices définies par blocs, opérations.

Sous-espace vectoriel stable par un endomorphisme, endomorphisme induit.

Si  $u$  et  $v$  commutent, le noyau et l'image de  $u$  sont stables par  $v$ .

Les étudiants doivent savoir traduire matriciellement la stabilité d'un sous-espace vectoriel par un endomorphisme et interpréter en termes d'endomorphismes une matrice triangulaire ou diagonale par blocs.

#### c) Déterminants

Exemples de déterminants.

Les étudiants doivent savoir calculer le déterminant d'une matrice triangulaire par blocs, et connaître l'expression d'un déterminant de Vandermonde.

$\Leftrightarrow$  I : calcul du déterminant d'une matrice.

#### d) Matrices semblables et trace

Matrices semblables.

Trace d'une matrice carrée. Linéarité ; trace de la transposée d'une matrice, du produit de deux matrices.

Invariance de la trace par similitude. Trace d'un endomorphisme d'un espace de dimension finie.

La notion de matrices équivalentes est hors programme.



## B - Réduction des endomorphismes et des matrices carrées

Après avoir introduit le vocabulaire des éléments propres en dimension quelconque, cette partie s'intéresse de manière plus approfondie au cas de la dimension finie, et à la question de diagonalisabilité d'une matrice carrée.

L'application des résultats de la réduction à la recherche des solutions d'une récurrence linéaire à coefficients constants crée un nouveau pont entre l'algèbre et l'analyse et anticipe l'étude des équations différentielles linéaires, dont la résolution repose sur des outils similaires.

La notion de polynôme annulateur est hors programme. L'étude des classes de similitude est hors programme.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Éléments propres

Droite stable par un endomorphisme  $u$  d'un espace vectoriel  $E$ .

Valeur propre, vecteur propre, sous-espace propre d'un endomorphisme, d'une matrice carrée.

Spectre d'un endomorphisme en dimension finie, d'une matrice carrée.

Les sous-espaces propres sont en somme directe.

Polynôme caractéristique d'une matrice carrée, d'un endomorphisme en dimension finie.

Les valeurs propres sont les racines du polynôme caractéristique.

Expressions du déterminant et de la trace en fonction des valeurs propres dans le cas où le polynôme caractéristique est scindé.

Multiplicité d'une valeur propre.

Majoration de la dimension d'un sous-espace propre.

Les étudiants doivent savoir que si  $u$  et  $v$  commutent, les sous-espaces propres de  $u$  sont stables par  $v$ .

Notation  $\text{Sp}(u)$ . La notion de valeur spectrale est hors programme.

Par convention le polynôme caractéristique est unitaire.

Notations  $\chi_A, \chi_u$ .

Le théorème de Cayley-Hamilton est hors programme.

#### b) Diagonalisation en dimension finie

Un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie est dit diagonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est diagonale.

Une matrice carrée est dite diagonalisable si l'endomorphisme de  $\mathbb{K}^n$  canoniquement associé est diagonalisable.

Une matrice carrée est diagonalisable si et seulement si elle est semblable à une matrice diagonale.

Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si la somme des dimensions de ses sous-espaces propres est égale à la dimension de l'espace.

Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé sur le corps de base  $\mathbb{K}$  et si, pour toute valeur propre, la dimension du sous-espace propre associé est égale à sa multiplicité dans le polynôme caractéristique.

Un endomorphisme admettant  $n$  valeurs propres distinctes est diagonalisable.

Calcul des puissances d'une matrice diagonalisable.

Application à la résolution des récurrences linéaires d'ordre  $p$  à coefficients constants lorsque l'équation caractéristique admet  $p$  racines distinctes.

Dans la pratique des cas numériques, on se limite à  $n = 2$  ou  $n = 3$ .

Exemple des projecteurs et des symétries.

Interprétation matricielle de ces résultats.

Les étudiants doivent savoir traduire matriciellement une relation de récurrence linéaire.

#### c) Trigonalisation en dimension finie

Un endomorphisme d'un espace vectoriel  $E$  de dimension finie est dit trigonalisable s'il existe une base de  $E$  dans laquelle sa matrice est triangulaire supérieure.

Une matrice est dite trigonalisable si elle est semblable à une matrice triangulaire supérieure.

Un endomorphisme est trigonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé sur le corps  $\mathbb{K}$ .  
En particulier, toute matrice de  $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$  est trigonalisable.

Démonstration non exigible.  
Interprétation matricielle de ce résultat.  
La technique générale de trigonalisation n'est pas au programme. On se limite dans la pratique à des exemples simples en petite dimension et tout exercice de trigonalisation effective doit comporter une indication.  
 $\Leftrightarrow$  I : calcul de la valeur propre de plus grand module à l'aide du quotient des traces de deux puissances itérées consécutives.

Application à la résolution des récurrences linéaires d'ordre 2 à coefficients constants.

## Espaces euclidiens

*Ce chapitre est organisé autour de trois objectifs :*

- consolider les acquis de la classe de première année sur les espaces euclidiens ;
- étudier les isométries vectorielles et les matrices orthogonales, et les classifier en dimension deux en insistant sur les représentations géométriques ;
- énoncer les formes géométrique et matricielle du théorème spectral.

### a) Isométries vectorielles

Un endomorphisme d'un espace euclidien  $E$  est une isométrie vectorielle s'il conserve la norme.  
Caractérisations par la conservation du produit scalaire, par l'image d'une base orthonormale.  
Groupe orthogonal.  
Stabilité de l'orthogonal d'un sous-espace stable.

Autre dénomination : automorphisme orthogonal.  
Exemple des réflexions en dimensions deux et trois.

Notation  $O(E)$ .

### b) Matrices orthogonales

Une matrice de  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  est dite orthogonale si l'endomorphisme de  $\mathbb{R}^n$  qui lui est canoniquement associé est une isométrie vectorielle.  
Caractérisation par l'une des relations  $MM^T = I_n$  ou  $M^T M = I_n$ .  
Caractérisation d'un automorphisme orthogonal à l'aide de sa matrice dans une base orthonormale.  
Groupe orthogonal d'ordre  $n$ .  
Déterminant d'une matrice orthogonale. Groupe spécial orthogonal.  
Orientation d'un espace euclidien.

Caractérisation comme matrice de changement de base orthonormale.

Interprétation en termes de colonnes et de lignes.

Notations  $O_n(\mathbb{R})$ ,  $O(n)$ .

Notations  $SO_n(\mathbb{R})$ ,  $SO(n)$ .

### c) Isométries vectorielles d'un plan euclidien

Détermination des matrices de  $O_2(\mathbb{R})$ , de  $SO_2(\mathbb{R})$ .  
Mesure de l'angle d'une rotation d'un plan euclidien orienté.  
Classification des isométries vectorielles d'un plan euclidien.

Commutativité de  $SO_2(\mathbb{R})$ .  
Écriture complexe d'une rotation.

**d) Réduction des endomorphismes symétriques et des matrices symétriques réelles**

Endomorphisme symétrique d'un espace euclidien.

Si  $\mathcal{B}$  est une base orthonormale de  $E$  et  $u$  un endomorphisme de  $E$ , alors  $u$  est symétrique si et seulement si  $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(u)$  est symétrique.

Théorème spectral : un endomorphisme symétrique d'un espace euclidien admet une base orthonormale de vecteurs propres.

Interprétation matricielle : pour toute matrice symétrique réelle  $A$ , il existe  $D$  diagonale réelle et  $P$  orthogonale telles que  $A = PDP^{-1}$ .

Démonstration non exigible.

**Espaces vectoriels normés de dimension finie**

Ce chapitre vise les objectifs suivants :

- généraliser au cas des espaces vectoriels de dimension finie sur  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$  certaines notions (convergence de suites, limite et continuité de fonctions) étudiées en première année dans le cadre de l'analyse réelle, indispensables pour aborder l'étude des suites de matrices, des fonctions à valeurs vectorielles et du calcul différentiel ;
- préparer l'introduction de la norme de la convergence uniforme, afin de fournir un cadre topologique à la convergence des suites et séries de fonctions.

L'aspect géométrique de certains concepts topologiques gagne à être illustré par de nombreuses figures.

**a) Normes**

Norme sur un espace vectoriel réel ou complexe ; espace vectoriel normé.

Norme associée à un produit scalaire.

Distance associée à une norme.

Boules ouvertes, boules fermées, sphères.

Parties convexes.

Parties bornées, suites bornées, fonctions bornées.

Normes usuelles sur  $\mathbb{K}^n$ .

Convexité des boules.

**b) Suites d'un espace vectoriel normé de dimension finie**

Convergence d'une suite.

Une suite convergente est bornée.

Toute suite extraite d'une suite convergente est convergente.

La convergence d'une suite et la valeur de sa limite ne dépendent pas du choix de la norme.

L'étude de la convergence d'une suite se ramène à celle de ses coordonnées dans une base.

Exemples de suites de matrices.

Résultat admis, qui pourra être illustré sur les normes usuelles définies sur  $\mathbb{K}^p$ .

**d) Topologie d'un espace vectoriel normé de dimension finie**

L'étude topologique d'un espace vectoriel normé de dimension finie se ramène à celle de  $\mathbb{K}^p$  muni d'une norme.

Point intérieur à une partie.

Partie ouverte.

Point adhérent à une partie.

Partie fermée.

Résultat admis.

Une boule ouverte est un ouvert.

Caractérisation séquentielle.

Une boule fermée, une sphère sont des fermés.

Intérieur, adhérence, frontière.

Seules les définitions sont au programme. Ces notions sont illustrées par des figures.

### e) Limite et continuité en un point

Limite d'une fonction en un point adhérent à son domaine de définition.

Caractérisation séquentielle.

Équivalence entre l'existence d'une limite et celle des limites des coordonnées de la fonction dans une base de l'espace d'arrivée.

Opérations algébriques sur les limites, composition.

Continuité en un point. Lien avec la continuité des composantes.

Caractérisation séquentielle.

### f) Continuité sur une partie

Opérations algébriques, composition.

Si  $f$  est une application continue de  $E$  dans  $\mathbb{R}$  alors l'ensemble défini par  $f(x) > 0$  est un ouvert et les ensembles définis par  $f(x) = 0$  ou  $f(x) \geq 0$  sont des fermés.

Démonstration non exigible.

Toute fonction réelle continue sur une partie fermée bornée est bornée et atteint ses bornes.

Fonction lipschitzienne. Toute fonction lipschitzienne est continue.

Toute application linéaire sur un espace de dimension finie est lipschitzienne.

La notion de norme subordonnée est hors programme.

Continuité des applications multilinéaires et polynomiales sur  $\mathbb{K}^n$ .

Exemple du déterminant.

## Suites et séries

### A - Séries numériques

*Cette partie consolide et élargit les acquis de première année sur les séries, notamment la convergence absolue, en vue de l'étude des probabilités discrètes et des séries de fonctions.*

*La semi-convergence n'est pas un objectif du programme.*

### a) Compléments sur les séries à valeurs réelles

Théorème de comparaison entre une série et une intégrale : si  $f$  est une fonction continue par morceaux sur  $[0, +\infty[$ , positive et décroissante alors la série  $\sum f(n)$  converge si et seulement si  $f$  est intégrable sur  $[0, +\infty[$ .

Formule de Stirling : équivalent de  $n!$ .

Démonstration non exigible.

Règle de d'Alembert.

Théorème spécial des séries alternées, majoration et signe du reste.

La transformation d'Abel est hors programme.

### b) Produit de Cauchy de deux séries

Le produit de Cauchy de deux séries  $\sum u_n$  et  $\sum v_n$  de nombres complexes est la série  $\sum w_n$  avec :

$$w_n = \sum_{p+q=n} u_q v_p.$$

Si les séries  $\sum u_n$  et  $\sum v_n$  sont absolument convergentes alors la série  $\sum w_n$  l'est aussi et on a :

$$\sum_{n=0}^{+\infty} w_n = \left( \sum_{p=0}^{+\infty} u_p \right) \left( \sum_{q=0}^{+\infty} v_q \right).$$

Démonstration non exigible.

## B - Suites et séries de fonctions

*L'objectif de ce chapitre est de définir les modes usuels de convergence d'une suite et d'une série de fonctions et de les exploiter pour étudier la stabilité des propriétés de ces fonctions par passage à la limite. En prolongement du chapitre sur les espaces vectoriels normés de dimension finie, un lien est établi avec l'utilisation de la norme de la convergence uniforme.*

*Les fonctions sont définies sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  et à valeurs dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .*

### a) Modes de convergence d'une suite ou d'une série de fonctions

Convergence simple, convergence uniforme d'une suite de fonctions.

La convergence uniforme entraîne la convergence simple.

Norme de la convergence uniforme sur l'espace des fonctions bornées à valeurs dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

Convergence simple, convergence uniforme, convergence normale d'une série de fonctions.

Pour établir la convergence normale de  $\sum f_n$ , les étudiants doivent savoir utiliser une série numérique convergente  $\sum \alpha_n$  majorante, c'est-à-dire telle que pour tout  $n$ ,  $\|f_n\|_\infty \leq \alpha_n$ .

La convergence normale entraîne la convergence uniforme.

### b) Régularité de la limite d'une suite de fonctions

Continuité de la limite d'une suite de fonctions :

si  $(f_n)$  converge uniformément vers  $f$  sur  $I$  et si, pour tout  $n$ ,  $f_n$  est continue sur  $I$ , alors  $f$  est continue sur  $I$ .

Interversion limite-intégrale :

si une suite  $(f_n)$  de fonctions continues converge uniformément vers  $f$  sur  $[a, b]$  alors

$$\int_a^b \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(t) dt = \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_a^b f_n(t) dt.$$

Adaptation au cas où la convergence est uniforme sur tout segment de  $I$ .

Dérivabilité de la limite d'une suite de fonctions :

si  $(f_n)$  est une suite de fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $I$  qui converge simplement sur  $I$  vers  $f$  et telle que la suite  $(f'_n)$  converge uniformément sur  $I$  vers  $h$ , alors  $f$  est de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $I$  et  $f' = h$ .

Extension aux fonctions de classe  $\mathcal{C}^k$ .

Adaptation au cas où la convergence est uniforme sur tout segment de  $I$ .

Les étudiants peuvent appliquer directement le théorème concluant au caractère  $\mathcal{C}^k$  de la limite sous l'hypothèse de convergence simple des  $(f_n^{(j)})$  pour  $0 \leq j \leq k-1$  et de convergence uniforme de  $(f_n^{(k)})$  sur tout segment de  $I$ .

### c) Régularité de la somme d'une série de fonctions

Continuité de la somme :

si  $\sum f_n$  converge uniformément sur  $I$  et si, pour tout  $n$ ,  $f_n$  est continue sur  $I$ , alors  $\sum_{n=0}^{+\infty} f_n$  est continue sur  $I$ .

Adaptation au cas où la convergence est uniforme sur tout segment de  $I$ .

Intégration terme à terme d'une série de fonctions :  
soit  $(f_n)$  une suite de fonctions continues sur  $[a, b]$ . Si la série  $\sum f_n$  converge uniformément sur  $[a, b]$  alors la série des intégrales est convergente et on a :

$$\int_a^b \sum_{n=0}^{+\infty} f_n(t) dt = \sum_{n=0}^{+\infty} \int_a^b f_n(t) dt.$$

Dérivation terme à terme d'une série de fonctions :  
soit  $(f_n)$  une suite de fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $I$ . Si la série  $\sum f_n$  converge simplement sur  $I$  et si la série  $\sum f'_n$  converge uniformément sur  $I$ , alors  $\sum_{n=0}^{+\infty} f_n$  est de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $I$  et sa dérivée est  $\sum_{n=0}^{+\infty} f'_n$ .

Adaptation au cas où la convergence est uniforme sur tout segment de  $I$ .

Extension aux fonctions de classe  $\mathcal{C}^k$ .

Les étudiants peuvent appliquer directement un théorème concluant au caractère  $\mathcal{C}^k$  de la somme.

## C - Séries entières

Les objectifs de ce chapitre sont les suivants :

- étudier la convergence d'une série entière de variable complexe et mettre en évidence la notion de rayon de convergence ;
- étudier les propriétés de sa somme en se limitant à la continuité dans le cas d'une variable complexe ;
- établir les développements en série entière des fonctions usuelles.

La théorie des séries entières sera appliquée au cas des séries génératrices dans le chapitre dédié aux variables aléatoires discrètes et à la recherche de solutions d'équations différentielles linéaires.

### a) Rayon de convergence

Lemme d'Abel : si la suite  $(a_n z_0^n)$  est bornée alors, pour tout nombre complexe  $z$  tel que  $|z| < |z_0|$ , la série  $\sum a_n z^n$  est absolument convergente.

Rayon de convergence  $R$  défini comme borne supérieure dans  $\overline{\mathbb{R}}$  de l'ensemble des réels positifs  $\rho$  tels que la suite  $(a_n \rho^n)$  est bornée.

Disque ouvert de convergence, intervalle ouvert de convergence.

Si  $R_a$  est le rayon de convergence de  $\sum a_n z^n$  et  $R_b$  celui de  $\sum b_n z^n$ , alors :

- si  $a_n = O(b_n)$ , alors  $R_a \geq R_b$  ;
- si  $|a_n| \sim |b_n|$ , alors  $R_a = R_b$ .

Pour  $|z| < R$ , la série  $\sum a_n z^n$  converge absolument.

Les séries entières  $\sum a_n z^n$  et  $\sum n a_n z^n$  ont même rayon de convergence.

Utilisation de la règle de d'Alembert.

Rayon de convergence de la somme et du produit de Cauchy de deux séries entières.

**b) Régularité de la somme**

Convergence normale d'une série entière d'une variable réelle sur tout segment inclus dans l'intervalle ouvert de convergence.

Continuité de la somme sur l'intervalle ouvert de convergence.

Primitivation d'une série entière d'une variable réelle sur l'intervalle ouvert de convergence.

Caractère  $\mathcal{C}^\infty$  de la somme d'une série entière d'une variable réelle sur l'intervalle ouvert de convergence et obtention des dérivées par dérivation terme à terme.

Expression des coefficients d'une série entière au moyen des dérivées successives en 0 de sa somme.

On admet la continuité de la somme d'une série entière d'une variable complexe sur le disque ouvert de convergence.

L'étude des propriétés de la somme au bord de l'intervalle ou du disque de convergence n'est pas un objectif du programme.

**c) Développement en série entière au voisinage de 0 d'une fonction d'une variable réelle**

Fonction développable en série entière.

Série de Taylor d'une fonction de classe  $\mathcal{C}^\infty$ .

Unicité du développement en série entière.

Développements des fonctions usuelles.

Les étudiants doivent connaître les développements en série entière des fonctions exponentielle, cosinus, sinus, cosinus et sinus hyperboliques,  $x \mapsto \operatorname{Arctan} x$ ,  $x \mapsto \ln(1+x)$  et  $x \mapsto (1+x)^\alpha$ .

Les étudiants doivent savoir utiliser une équation différentielle linéaire pour développer une fonction en série entière.

**d) Séries géométrique et exponentielle d'une variable complexe**

Développement de  $\frac{1}{1-z}$  sur le disque unité ouvert.

Développement de  $\exp(z)$  sur  $\mathbb{C}$ .

**Fonctions vectorielles, arcs paramétrés**

L'objectif de ce chapitre est double :

- généraliser aux fonctions à valeurs dans  $\mathbb{R}^n$  la notion de dérivée d'une fonction numérique, en vue notamment de préparer le chapitre sur les équations différentielles ;
- formaliser des notions géométriques (arc paramétré, tangente) et cinématiques (vitesse, accélération) rencontrées dans d'autres disciplines scientifiques.

Toutes les fonctions sont définies sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  et à valeurs dans  $\mathbb{R}^n$ .

**a) Dérivabilité et opérations sur les fonctions dérivables**

Dérivabilité en un point.

Dérivabilité sur un intervalle.

Taux d'accroissement et développement limité d'ordre un.

Interprétations géométrique et cinématique.

$\Leftrightarrow$  PC : vecteur vitesse.

Combinaison linéaire de fonctions dérivables.



Dérivée de  $L \circ f$ ,  $B(f, g)$ ,  $f \circ \varphi$  où  $f$  et  $g$  sont dérivables et à valeurs vectorielles,  $L$  est linéaire,  $B$  est bilinéaire,  $\varphi$  est dérivable et à valeurs réelles.

Application au produit scalaire et au déterminant dans une base de  $\mathbb{R}^2$  de deux fonctions vectorielles.

### b) Fonctions de classe $\mathcal{C}^k$

Fonction de classe  $\mathcal{C}^k$ , de classe  $\mathcal{C}^\infty$  sur un intervalle.  
Opérations sur les fonctions de classe  $\mathcal{C}^k$ , de classe  $\mathcal{C}^\infty$ .

$\Leftrightarrow$  PC : vecteur accélération.

Brève extension des résultats du paragraphe précédent.

### c) Arcs paramétrés

Arc paramétré de classe  $\mathcal{C}^k$ , avec  $k \in \mathbb{N}^*$ .  
Point régulier, tangente en un point régulier.  
Construction d'arcs plans.

L'étude des points stationnaires, des asymptotes et des arcs définis en coordonnées polaires est hors programme.  
 $\Leftrightarrow$  I : visualisation à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel.

## Intégration

L'objectif de ce chapitre est multiple :

- étendre la notion d'intégrale étudiée en première année à des fonctions continues par morceaux sur un intervalle quelconque par le biais des intégrales généralisées ;
- définir, dans le cadre des fonctions continues par morceaux, la notion de fonction intégrable ;
- compléter le chapitre dédié aux suites et aux séries de fonctions par le théorème de la convergence dominée et le théorème d'intégration terme à terme ;
- étudier les fonctions définies par des intégrales dépendant d'un paramètre.

Les fonctions considérées sont définies sur un intervalle de  $\mathbb{R}$  et à valeurs réelles ou complexes.

### a) Fonctions continues par morceaux

Fonctions continues par morceaux sur un segment, sur un intervalle.  
Intégrale sur un segment d'une fonction continue par morceaux.

Brève extension des propriétés étudiées en première année. Aucune construction n'est exigible.

### b) Intégrales généralisées sur $[a, +\infty[$

Si  $f$  est une application à valeurs complexes continue par morceaux sur  $[a, +\infty[$  alors l'intégrale  $\int_a^{+\infty} f(t) dt$  est dite convergente si  $\int_a^x f(t) dt$  a une limite finie lorsque  $x$  tend vers  $+\infty$ . Si tel est le cas, on note  $\int_a^{+\infty} f(t) dt$  cette limite.

Si  $f$  est continue par morceaux sur  $[a, +\infty[$  et à valeurs positives,  $\int_a^{+\infty} f(t) dt$  converge si et seulement si  $x \mapsto \int_a^x f(t) dt$  est majorée.

Intégrale divergente.

### c) Intégrales généralisées sur un intervalle quelconque

Adaptation du paragraphe précédent aux fonctions continues par morceaux définies sur un intervalle ouvert ou semi-ouvert de  $\mathbb{R}$ .

Notation  $\int_a^b f(t) dt$ .

Intégrales de référence :  $\int_1^{+\infty} t^{-\alpha} dt$ ,  $\int_0^1 t^{-\alpha} dt$ .

Propriétés des intégrales généralisées : linéarité, positivité, croissance, relation de Chasles.

Changement de variable :

si  $\varphi : ]\alpha, \beta[ \rightarrow ]a, b[$  est une bijection strictement croissante de classe  $\mathcal{C}^1$ , et si  $f : ]a, b[ \rightarrow \mathbb{C}$  est continue par

morceaux alors  $\int_a^b (f \circ \varphi)(u) \varphi'(u) du$  est convergente si

et seulement si  $\int_a^b f(t) dt$  est convergente et, si tel est le cas, elles sont égales.

Intégration par parties sur un intervalle quelconque :

$$\int_a^b f(t)g'(t) dt = [fg]_a^b - \int_a^b f'(t)g(t) dt.$$

Les étudiants doivent connaître la nature de  $\int_0^1 \ln(t) dt$  et  $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$  selon le signe de  $\alpha$ .

Adaptation au cas où  $\varphi$  est strictement décroissante.

L'existence des limites du produit  $fg$  aux bornes de l'intervalle assure que les intégrales de  $fg'$  et  $f'g$  sont de même nature. Notation  $[fg]_a^b$ .

#### d) Intégrales absolument convergentes et fonctions intégrables

Intégrale absolument convergente.

La convergence absolue implique la convergence et dans ce cas la valeur absolue (ou le module) de l'intégrale est inférieure ou égale à l'intégrale de la valeur absolue (ou du module).

Une fonction continue par morceaux sur un intervalle  $I$  est dite intégrable sur  $I$  si son intégrale sur  $I$  est absolument convergente.

Pour  $f$  et  $g$  fonctions continues par morceaux sur  $[a, +\infty[$  :

- si  $|f| \leq |g|$ , alors l'intégrabilité de  $g$  implique celle de  $f$  sur  $[a, +\infty[$ .
- si  $f(x) \underset{x \rightarrow +\infty}{=} O(g(x))$ , alors l'intégrabilité de  $g$  implique celle de  $f$  sur  $[a, +\infty[$ .
- si  $f(x) \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} g(x)$ , alors l'intégrabilité de  $f$  est équivalente à celle de  $g$  sur  $[a, +\infty[$ .

Si  $f$  est continue et intégrable sur  $I$ , alors  $\int_I |f(t)| dt = 0$  implique  $f = 0$ .

Espace vectoriel des fonctions continues par morceaux intégrables sur  $I$ .

Espace vectoriel des fonctions continues par morceaux de carré intégrable sur  $I$ .

Le produit de deux fonctions de carré intégrable est intégrable. Inégalité de Cauchy-Schwarz.

Pour une fonction à valeurs réelles, on utilise ses parties positive et négative.

Notations  $\int_I f(t) dt$ ,  $\int_I f$ .

Adaptation au cas d'un intervalle quelconque.

Produit scalaire de deux fonctions continues de carré intégrable sur  $I$  à valeurs réelles.

#### e) Suites et séries de fonctions intégrables

Théorème de convergence dominée :

Si  $(f_n)$  est une suite de fonctions continues par morceaux sur  $I$  convergeant simplement sur  $I$  vers une fonction  $f$  continue par morceaux et telle qu'il existe une fonction  $\varphi$  continue par morceaux et intégrable sur  $I$  vérifiant  $|f_n| \leq \varphi$  pour tout  $n$ , alors les fonctions  $f_n$  et  $f$  sont intégrables sur  $I$  et :

$$\int_I f_n(t) dt \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \int_I f(t) dt.$$

Démonstration hors programme.

L'hypothèse de continuité par morceaux de  $f$ , imposée par les limitations du programme, n'a pas l'importance de l'hypothèse de domination.

Théorème d'intégration terme à terme :

Si  $(f_n)$  est une suite de fonctions continues par morceaux et intégrables sur  $I$ , telle que la série  $\sum f_n$  converge simplement vers une fonction  $f$  continue par morceaux sur  $I$  et telle que la série  $\sum \int_I |f_n(t)| dt$  converge, alors  $f$  est intégrable sur  $I$  et

$$\int_I f(t) dt = \sum_{n=0}^{\infty} \int_I f_n(t) dt.$$

Démonstration hors programme.

L'hypothèse de continuité par morceaux de la somme, imposée par les limitations du programme, n'a pas l'importance de l'hypothèse de convergence de  $\sum \int_I |f_n|$ .

### f) Intégrales à paramètre

Théorème de continuité :

Si  $I$  et  $J$  sont deux intervalles de  $\mathbb{R}$  et  $f$  une fonction définie sur  $I \times J$ , telle que :

- pour tout  $x \in I$ ,  $t \mapsto f(x, t)$  est continue par morceaux sur  $J$ ;
- pour tout  $t \in J$ ,  $x \mapsto f(x, t)$  est continue sur  $I$ ;
- il existe une fonction  $\varphi$  positive, continue par morceaux et intégrable sur  $J$ , telle que pour tout  $(x, t) \in I \times J$ , on ait  $|f(x, t)| \leq \varphi(t)$ ;

alors la fonction  $x \mapsto \int_J f(x, t) dt$  est continue sur  $I$ .

Théorème de dérivation : Si  $I$  et  $J$  sont deux intervalles de  $\mathbb{R}$  et  $f$  une fonction définie sur  $I \times J$ , telle que :

- Pour tout  $x \in I$ ,  $t \mapsto f(x, t)$  est continue par morceaux et intégrable sur  $J$ ;
- Pour tout  $t \in J$ ,  $x \mapsto f(x, t)$  est de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $I$ ;
- Pour tout  $x \in I$ ,  $t \mapsto \frac{\partial f}{\partial x}(x, t)$  est continue par morceaux sur  $J$ ;
- Il existe une fonction  $\varphi$  positive, continue par morceaux et intégrable sur  $J$ , telle que pour tout  $(x, t) \in I \times J$ , on ait  $\left| \frac{\partial f}{\partial x}(x, t) \right| \leq \varphi(t)$ ;

alors la fonction  $g : x \mapsto \int_J f(x, t) dt$  est de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $I$  et on a sur  $I$  :

$$g'(x) = \int_J \frac{\partial f}{\partial x}(x, t) dt.$$

Démonstration non exigible.

Adaptation au cas où l'hypothèse de domination est vérifiée sur tout segment de  $I$ .

Démonstration non exigible.

Adaptation au cas où l'hypothèse de domination est vérifiée sur tout segment de  $I$ .

$\Leftrightarrow$  PC : transformée de Fourier.

Extension aux fonctions de classe  $\mathcal{C}^k$ .

## Probabilités

Les chapitres de probabilités permettent de développer les compétences suivantes :

- modéliser des situations aléatoires par le choix d'un espace probabilisé ou de variables aléatoires adéquats ;
- maîtriser un formalisme spécifique aux probabilités.

### A- Espaces probabilisés

Cette partie a pour objectif la mise en place du cadre général de la théorie des probabilités permettant d'aborder l'étude de processus stochastiques à temps discret. Cette mise en place se veut minimale. En particulier :

- la notion de tribu ne doit donner lieu à aucun développement théorique autre que sa définition ;
- la construction d'espaces probabilisés n'est pas un objectif du programme.

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

### a) Ensembles dénombrables

Un ensemble est dit dénombrable s'il est en bijection avec  $\mathbb{N}$ . Ensembles finis ou dénombrables. Dénombrabilité de  $\mathbb{Z}$ , d'un produit cartésien de deux ensembles dénombrables.

Un ensemble fini ou dénombrable peut être décrit en extension sous la forme  $\{x_n; n \in \mathbb{N}\}$ . Toute autre connaissance sur la dénombrabilité est hors programme.

### b) Espace probabilisé

Si  $\Omega$  est un ensemble, on appelle *tribu* sur  $\Omega$  une partie  $\mathcal{A}$  de l'ensemble  $\mathcal{P}(\Omega)$  des parties de  $\Omega$  telle que :

- $\Omega \in \mathcal{A}$ ,
- pour tout  $A \in \mathcal{A}$ ,  $\bar{A} = \Omega \setminus A \in \mathcal{A}$ ,
- pour toute suite  $(A_n)_{n \geq 0}$  d'éléments de  $\mathcal{A}$ , la réunion  $\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n$  appartient à  $\mathcal{A}$ .

Si  $\Omega$  est un ensemble et  $\mathcal{A}$  une tribu sur  $\Omega$ , on appelle *probabilité* sur  $(\Omega, \mathcal{A})$  une application  $P: \mathcal{A} \rightarrow [0, 1]$  telle que :

- $P(\Omega) = 1$ ,
- pour toute suite  $(A_n)_{n \geq 0}$  d'événements incompatibles,

$$P\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\right) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n).$$

On appelle espace probabilisé un triplet  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$  où  $\mathcal{A}$  est une tribu et  $P$  une probabilité sur  $(\Omega, \mathcal{A})$ .

L'ensemble  $\Omega$  est l'univers ; il n'est en général pas précisé. Les éléments de  $\mathcal{A}$  sont les événements. Les étudiants doivent savoir expliciter un événement à partir d'autres événements en utilisant la réunion, l'intersection et le complémentaire. On fait le parallèle entre le vocabulaire probabiliste et le vocabulaire ensembliste.

Propriétés :

- $\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n \in \mathcal{A}$ .
- Continuité croissante : si  $(A_n)_{n \geq 0}$  est une suite d'événements telle que, pour tout  $n$ , on ait  $A_n \subset A_{n+1}$ , alors :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} P(A_n) = P\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\right).$$

- Continuité décroissante : si  $(A_n)_{n \geq 0}$  est une suite d'événements telle que, pour tout  $n$ , on ait  $A_{n+1} \subset A_n$ , alors :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} P(A_n) = P\left(\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n\right).$$

- Sous additivité : si  $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite d'événements, alors :

$$P\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\right) \leq \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n).$$

### c) Conditionnement et indépendance

Si  $A$  et  $B$  sont deux événements tels que  $P(B) > 0$ , on appelle probabilité conditionnelle de  $A$  sachant  $B$  le réel

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Formule des probabilités composées.

Système complet dénombrable d'événements.

Formule des probabilités totales : si  $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est un système complet d'événements, alors la série  $\sum P(B \cap A_n)$  converge et

$$P(B) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(B \cap A_n) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(B | A_n) P(A_n)$$

Formule de Bayes.

Indépendance de deux événements.

Indépendance mutuelle d'une famille finie d'événements.

Notation  $P_B(A) = P(A | B)$ . L'application  $P_B$  est une probabilité sur  $(\Omega, \mathcal{A})$ .

Ce paragraphe étend rapidement les concepts et résultats vus en première année dans le cadre des univers finis.

On adopte la convention  $P(B | A_n)P(A_n) = 0$  lorsque  $P(A_n) = 0$ .

La formule reste valable dans le cas d'une suite  $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$  d'événements deux à deux incompatibles tels que  $\sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n) = 1$ .

Si  $P(B) > 0$ , l'indépendance de  $A$  et  $B$  équivaut à  $P(A | B) = P(A)$ .

L'indépendance des événements  $A_i$  deux à deux n'entraîne pas leur indépendance mutuelle si  $n \geq 3$ .

## B - Variables aléatoires discrètes

Les objectifs de cette partie sont les suivants :

- étendre la notion de variable aléatoire finie à des variables dont l'image est un ensemble dénombrable ;
- fournir des outils permettant, sur des exemples simples, l'étude de processus stochastiques à temps discret ;
- exposer deux résultats asymptotiques : l'approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson et la loi faible des grands nombres ;
- introduire les fonctions génératrices et utiliser les propriétés des séries entières.

La construction d'espaces probabilisés modélisant une suite d'expériences aléatoires est hors programme, on admet l'existence de tels espaces. Les différents types de convergence probabiliste (presque sûre, en probabilité, en loi, en moyenne) sont hors programme.

Toutes les variables aléatoires mentionnées dans le programme sont implicitement supposées discrètes.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Généralités

Une variable aléatoire discrète  $X$  sur  $(\Omega, \mathcal{A})$  est une application définie sur  $\Omega$  dont l'image est finie ou dénombrable et telle que l'image réciproque de tout élément de  $X(\Omega)$  appartient à  $\mathcal{A}$ .

Notations  $(X \in U)$ ,  $\{X \in U\}$ .

Loi d'une variable aléatoire discrète.

Fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle. Croissance, limites en  $-\infty$  et en  $+\infty$ .

Si  $X$  prend ses valeurs dans  $\{x_n ; n \geq 0\}$ , les  $x_n$  étant distincts, et si  $(p_n)_{n \geq 0}$  est une suite de réels positifs vérifiant

$\sum_{n=0}^{+\infty} p_n = 1$ , alors il existe une probabilité  $P$  sur  $(\Omega, \mathcal{A})$  telle que  $P(X = x_n) = p_n$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

Couple de variables aléatoires discrètes. Loi conjointe et lois marginales

Loi conditionnelle de  $Y$  sachant  $(X = x)$ .

Deux variables aléatoires  $X$  et  $Y$  discrètes définies sur un espace probabilisé  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$  sont dites indépendantes si, pour tout  $(x, y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega)$ ,

$$P(X = x, Y = y) = P(X = x)P(Y = y).$$

Si  $X$  et  $Y$  sont indépendantes, alors, pour toute partie  $A \subset X(\Omega)$  et toute partie  $B \subset Y(\Omega)$ , on a

$$P(X \in A, Y \in B) = P(X \in A)P(Y \in B)$$

Si  $X$  et  $Y$  sont deux variables aléatoires indépendantes alors, pour toutes fonctions  $f$  et  $g$ , les variables  $f(X)$  et  $g(Y)$  sont indépendantes.

Variables mutuellement indépendantes.

Suite de variables aléatoires indépendantes (deux à deux ou mutuellement).

Pour tout  $U \subset X(\Omega)$ ,  $X^{-1}(U)$  est un événement.

$F_X(x) = P(X \leq x)$ . L'étude des propriétés de continuité des fonctions de répartition n'est pas au programme. Démonstration hors programme.

Extension aux variables discrètes des notions étudiées en première année sur les variables finies.

Démonstration hors programme.

Extension sans démonstration aux variables discrètes des notions et des résultats vus en première année.

La démonstration de l'existence d'un espace probabilisé portant une suite de variables aléatoires mutuellement indépendantes de lois discrètes données est hors programme.

Application à la modélisation d'un jeu de pile ou face infini par une suite de variables aléatoires de Bernoulli mutuellement indépendantes.

**b) Espérance et variance**

La variable aléatoire réelle discrète  $X$  à valeurs dans un ensemble dénombrable  $\{x_n; n \geq 0\}$  est dite d'espérance finie si la série  $\sum x_n P(X = x_n)$  est absolument convergente; si tel est le cas, on appelle espérance de  $X$ , noté  $E(X)$ , le réel  $\sum_{n=0}^{+\infty} x_n P(X = x_n)$ .

Si  $X$  est à valeurs dans  $\mathbb{N}$ , alors  $E(X) = \sum_{n=1}^{+\infty} P(X \geq n)$ .

**Théorème du transfert :** si  $X$  est une variable aléatoire et  $f$  une application à valeurs réelles définie sur l'image  $\{x_n, n \in \mathbb{N}\}$  de  $X$ , alors  $f(X)$  est d'espérance finie si et seulement si la série  $\sum P(X = x_n) f(x_n)$  converge absolument. Dans ce cas, on a :

$$E(f(X)) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(X = x_n) f(x_n).$$

Linéarité de l'espérance.

Positivité, croissance de l'espérance.

Si  $X$  et  $Y$  sont deux variables aléatoires discrètes indépendantes, alors  $E(XY) = E(X)E(Y)$ .

Si la variable aléatoire  $X^2$  est d'espérance finie, alors  $X$  est elle-même d'espérance finie.

Si  $X^2$  est d'espérance finie, la variance de  $X$  est le réel  $V(X) = E((X - E(X))^2) = E(X^2) - E(X)^2$ .

Écart type  $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$ .

Pour  $a$  et  $b$  réels et  $X$  une variable aléatoire réelle, égalité  $V(aX + b) = a^2 V(X)$ .

Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev.

Variance d'une somme finie de variables aléatoires; cas de variables deux à deux indépendantes.

Covariance, coefficient de corrélation.

Encadrement  $-1 \leq \rho(X, Y) \leq 1$ .

On admet que la somme  $\sum_{n=0}^{+\infty} x_n P(X = x_n)$  ne dépend pas de l'ordre d'énumération.

$\Leftrightarrow$  PC : énergie moyenne de systèmes à spectre discret.

Démonstration hors programme.

Démonstration non exigible.

Démonstration hors programme.

Brève extension des résultats obtenus dans le cadre d'un univers fini.

Notations :  $\text{Cov}(X, Y)$  et  $\rho(X, Y)$ .

Inégalité de Cauchy-Schwarz.

**c) Variables aléatoires à valeurs dans  $\mathbb{N}$** 

Série génératrice d'une variable aléatoire à valeurs dans  $\mathbb{N}$  :

$$G_X(t) = E(t^X) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(X = n) t^n.$$

Le rayon de convergence est au moins égal à 1.

La variable aléatoire  $X$  admet une espérance  $E(X)$  si et seulement si  $G_X$  est dérivable en 1 et, si tel est le cas,  $E(X) = G'_X(1)$ .

La variable aléatoire  $X$  admet une variance si et seulement si  $G_X$  est deux fois dérivable en 1.

Série génératrice de la somme de deux variables aléatoires indépendantes.

La loi d'une variable aléatoire  $X$  à valeurs dans  $\mathbb{N}$  est caractérisée par sa série génératrice  $G_X$ .

Démonstration non exigible.

Démonstration non exigible.

Les étudiants doivent savoir retrouver l'expression de  $V(X)$  en fonction de  $G'_X(1)$  et de  $G''_X(1)$  en cas d'existence.



**d) Lois usuelles**

Pour  $p$  dans  $]0, 1[$ , loi géométrique de paramètre  $p$  : la variable aléatoire  $X$  suit une loi géométrique de paramètre  $p$  si et seulement si

$$\forall k \in \mathbb{N}^*, \quad P(X = k) = p(1 - p)^{k-1}.$$

Série génératrice, espérance et variance.  
Caractérisation comme loi sans mémoire :

$$P(X > n + k \mid X > n) = P(X > k).$$

Loi de Poisson de paramètre  $\lambda$ . Série génératrice, espérance et variance. Somme de deux variables indépendantes suivant une loi de Poisson.

Notation  $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$ .

La loi géométrique peut être interprétée comme rang du premier succès dans une suite illimitée d'épreuves de Bernoulli indépendantes et de même paramètre  $p$ .

Notation  $X \hookrightarrow \mathcal{P}(\lambda)$ .

$\Leftrightarrow$  PC : compteur Geiger.

**e) Résultats asymptotiques**

Approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson : si, pour tout  $n$ ,  $X_n \hookrightarrow \mathcal{B}(n, p_n)$  et si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} np_n = \lambda$ , alors, pour tout  $k \in \mathbb{N}$ , on a

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} P(X_n = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}.$$

Loi faible des grands nombres : si  $(X_n)_{n \geq 1}$  est une suite de variables aléatoires deux à deux indépendantes et de même loi admettant un moment d'ordre 2, alors, si  $S_n = \sum_{k=1}^n X_k$ ,  $m = E(X_1)$  et  $\sigma = \sigma(X_1)$ , on a pour tout  $\varepsilon > 0$ ,

$$P\left(\left|\frac{1}{n}S_n - m\right| \geq \varepsilon\right) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0.$$

Interprétation de la loi de Poisson comme loi des événements rares.

$\Leftrightarrow$  I : simulation de cette approximation.

La notion de convergence en loi est hors programme.

Estimation : pour tout  $\varepsilon > 0$ ,

$$P\left(\left|\frac{1}{n}S_n - m\right| \geq \varepsilon\right) \leq \frac{\sigma^2}{n\varepsilon^2}.$$

$\Leftrightarrow$  I : simulation d'une suite de tirages.

**Calcul différentiel**

*L'étude d'une fonction de  $\mathbb{R}^p$  dans  $\mathbb{R}^n$  se ramenant à celle de ses coordonnées, ce chapitre privilégie l'étude des fonctions de  $\mathbb{R}^p$  dans  $\mathbb{R}$ . Il est axé sur la mise en place d'outils permettant de traiter des applications du calcul différentiel à l'analyse et la géométrie : résolution d'équations aux dérivées partielles, problèmes d'extremums, courbes, surfaces. On se limite en pratique au cas  $p \leq 3$ .*

**a) Fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$** 

Dérivées partielles d'ordre 1 en un point d'une fonction définie sur un ouvert  $U$  de  $\mathbb{R}^p$  à valeurs dans  $\mathbb{R}$ .

Une fonction est dite de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $U$  si ses dérivées partielles d'ordre 1 existent et sont continues sur  $U$ .

Opérations sur les fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$ .

Une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $U$  admet en tout point  $a$  de  $U$  un développement limité d'ordre 1.

Notations  $\partial_i f(a)$ ,  $\frac{\partial f}{\partial x_i}(a)$ .

Démonstration non exigible.

Une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $U$  est continue sur  $U$ .

Différentielle de  $f$  en  $a$ .

Elle est définie comme l'application linéaire  $df(a)$  de  $\mathbb{R}^p$  dans  $\mathbb{R} : (h_1, \dots, h_p) \mapsto \sum_{i=1}^p h_i \partial_i f(a)$ .  
Notation  $df(a) \cdot h$ .

### b) Règle de la chaîne

Dérivée de  $t \mapsto f(x_1(t), \dots, x_p(t))$ .

Caractérisation des fonctions constantes sur un ouvert convexe.

Application au calcul des dérivées partielles de  $(u, v) \mapsto f(x(u, v), y(u, v))$ .

Les étudiants doivent connaître le cas particulier des coordonnées polaires.

### c) Gradient

Dans  $\mathbb{R}^p$  muni de sa structure euclidienne canonique, gradient d'une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$ .

Relation  $\forall h \in \mathbb{R}^p, df(a) \cdot h = (\nabla f(a) | h)$ .

Le gradient est défini par ses coordonnées.

Notation  $\nabla f(a)$ .

$\Leftrightarrow$  PC : champ électrostatique, loi de Fick, loi de Fourier.

### d) Applications géométriques

Courbe du plan définie par une équation  $f(x, y) = 0$  avec  $f$  de classe  $\mathcal{C}^1$ .

Point régulier.

Équation de la tangente en un point régulier.

En un point où il est non nul, le gradient de  $f$  est orthogonal aux lignes de niveau  $f(x, y) = \lambda$  et orienté dans le sens des valeurs croissantes de  $f$ .

Surface définie par une équation  $f(x, y, z) = 0$  avec  $f$  de classe  $\mathcal{C}^1$ .

Point régulier.

Courbes tracées sur une surface.

Plan tangent à une surface en un point régulier défini comme le plan orthogonal au gradient et passant par le point.

On admet l'existence d'un paramétrage local de classe  $\mathcal{C}^1$ .

$\Leftrightarrow$  PC : équation de la diffusion thermique, équation de propagation.

$\Leftrightarrow$  I : tracé de lignes de niveau.

Cas particulier des courbes coordonnées d'une surface d'équation  $z = g(x, y)$ .

Tangentes aux courbes régulières de classe  $\mathcal{C}^1$  tracées sur la surface.

### e) Dérivées partielles d'ordre deux

Dérivées partielles d'ordre 2 d'une fonction de deux ou trois variables à valeurs dans  $\mathbb{R}$ .

Fonction de classe  $\mathcal{C}^2$ .

Théorème de Schwarz.

Exemples d'équations aux dérivées partielles du premier et du second ordre.

Notations  $\partial_{i,j}^2 f, \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}$ .

Démonstration hors programme.

Les étudiants doivent être capables d'utiliser un changement de variables dans les deux cas suivants : transformation affine, passage en coordonnées polaires.

$\Leftrightarrow$  PC : équation du transport, équation de la diffusion thermique, équation de propagation.

### f) Extremums d'une fonction de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}$

Extremum local, global.

Si une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$  sur un ouvert de  $\mathbb{R}^p$  atteint un extremum local en un point, alors celui-ci est un point critique.

Recherche d'extremums globaux sur une partie fermée bornée de  $\mathbb{R}^p$ .

$\Leftrightarrow$  PC : mécanique et électricité.

## Équations différentielles linéaires

L'étude des équations différentielles linéaires scalaires d'ordres un et deux, abordée en première année, se poursuit par celle des systèmes différentiels linéaires d'ordre 1 et des équations scalaires à coefficients non constants, en mettant l'accent sur les équations d'ordre deux. On s'attache à développer à la fois les aspects théorique et pratique :

- la forme des solutions ;
- le théorème de Cauchy linéaire ;
- le lien entre les équations scalaires et les systèmes différentiels d'ordre un ;
- la résolution explicite.

Ce chapitre favorise les interactions avec les autres disciplines scientifiques.

Dans tout ce chapitre,  $\mathbb{K}$  désigne  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$  et  $I$  est un intervalle de  $\mathbb{R}$ .

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Systèmes différentiels

Équation de la forme  $X' = A(t)X + B(t)$  où  $A : I \rightarrow \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$  et  $B : I \rightarrow \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$  sont continues.

Forme des solutions : somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène.

Théorème de Cauchy linéaire : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Isomorphisme entre  $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$  et l'espace vectoriel des solutions de  $X' = A(t)X$ .

Système différentiel linéaire à coefficients constants  
 $X' = AX$ .

Résolution lorsque  $A$  est une matrice diagonalisable.

Démonstration hors programme.

$\Leftrightarrow$  I : Méthode d'Euler pour la recherche d'une solution approchée d'un problème de Cauchy.

Dimension de l'espace vectoriel des solutions.

Exemples de résolution dans le cas où  $A$  est trigonalisable.

$\Leftrightarrow$  PC : comportement asymptotique des solutions en fonction du spectre de  $A$ .

#### b) Équations différentielles linéaires scalaires

Équation différentielle scalaire d'ordre 2 à coefficients continus  $y'' + a(t)y' + b(t)y = c(t)$ .

Forme des solutions : somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène.

Théorème de Cauchy linéaire : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Espace vectoriel des solutions de l'équation homogène, dimension.

Cas des équations à coefficients constants.

Les étudiants doivent savoir écrire cette équation sous la forme d'un système différentiel  $X' = A(t)X + B(t)$ .

La recherche d'une solution particulière de l'équation complète doit comporter des indications.

Exemples d'utilisation de développements en série entière pour la recherche de solutions.

On relie les résultats obtenus en première année à l'aide de l'équation caractéristique à la réduction de la matrice du système différentiel associé.

Les étudiants doivent savoir trouver une solution particulière de l'équation complète pour un second membre de la forme  $A\cos(\omega t)$  ou  $A\sin(\omega t)$ .

La méthode de la variation des constantes est hors programme.



# Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Physique et chimie (PC)**

Discipline : **Physique**

**Seconde année**

# Programme de physique de la voie PC

Le programme de physique de la classe de PC s'inscrit dans la continuité du programme de PCSI. Il s'appuie sur des champs disciplinaires variés : optique interférentielle, phénomènes de transports, mécanique des fluides, électromagnétisme, propagation d'ondes ; en outre il propose des introductions à la physique des lasers et à la physique quantique. Ce programme est conçu pour amener tous les étudiants à poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, pour éveiller leur curiosité et leur permettre de se former tout au long de la vie.

L'objectif de l'enseignement de physique est d'abord de développer des compétences propres à la pratique de la démarche scientifique :

- observer et s'approprier une problématique ;
- analyser et modéliser ;
- valider ;
- réaliser et créer.

Cette formation doit aussi développer d'autres compétences dans un cadre scientifique :

- communiquer, à l'écrit et à l'oral ;
- être autonome et faire preuve d'initiative.

Ces compétences sont construites à partir d'un socle de connaissances et de capacités défini par ce programme. Comme celui de première année, ce programme identifie, pour chacun des items, les connaissances scientifiques, mais aussi les savoir-faire, les capacités que les étudiants doivent maîtriser à l'issue de la formation. L'acquisition de ces capacités constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Observer, mesurer, confronter un modèle au réel nécessitent la pratique d'une démarche expérimentale. La formation expérimentale de l'étudiant revêt donc une importance essentielle, au même titre que sa formation théorique. En outre elle donne un sens aux concepts et aux lois introduites. En classe de PC, cette formation expérimentale est poursuivie ; elle s'appuie sur les capacités développées en première année, elle les affermit et les complète.

Comprendre, décrire, modéliser, prévoir, nécessitent aussi une solide formation théorique. Celle-là est largement complétée en classe de PC. Le professeur s'appuiera sur des exemples concrets afin de lui donner du sens. La diversité des domaines scientifiques abordés ne doit pas masquer à l'étudiant la transversalité des concepts et des méthodes utilisés, que le professeur veillera à souligner. Théorique et expérimentale, la formation de l'étudiant est multiforme et doit être abordée par des voies variées. Ainsi le professeur doit-il rechercher un point d'équilibre entre des approches apparemment distinctes, mais souvent complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

L'autonomie de l'étudiant et sa capacité à prendre des initiatives sont développées à travers la pratique d'activités de type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à des questionnements précis. Ces résolutions de problèmes peuvent aussi être de nature expérimentale ; la formation expérimentale vise non seulement à apprendre à l'étudiant à réaliser des mesures ou des expériences selon un protocole fixé, mais aussi à l'amener à proposer lui-même un protocole et à le mettre en œuvre. Cette capacité à proposer un protocole doit être résolument développée au cours de la formation expérimentale.

Dans ce programme comme dans celui de première année, il est proposé au professeur d'aborder certaines notions à partir de l'étude d'un document. L'objectif de cette « approche

documentaire » est d'apprendre à l'étudiant à compléter ses connaissances et ses savoir-faire par l'exploitation de ressources et de documents scientifiques variés, ce qu'il aura inévitablement à pratiquer dans la suite de sa formation et de sa vie professionnelle.

La mise en œuvre de la démarche scientifique en physique fait souvent appel aux mathématiques, tant pour la formulation du modèle que pour en extraire des prédictions. Le professeur veillera à n'avoir recours à la technicité mathématique que lorsqu'elle s'avère indispensable, et à mettre l'accent sur la compréhension des phénomènes physiques. Néanmoins l'étudiant doit savoir utiliser de façon autonome certains outils mathématiques (précisés dans l'appendice « outils mathématiques ») dans le cadre des activités relevant de la physique.

Enfin, lorsqu'il en aura l'opportunité, le professeur familiarisera l'étudiant à recourir à une approche numérique, qui permet une modélisation plus fine et plus réaliste du réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est l'occasion pour l'étudiant d'exploiter ses capacités concernant l'ingénierie numérique et la simulation qu'il a acquises en première année en informatique et sciences du numérique. Dans ce domaine des démarches collaboratives sont recommandées.

Le programme de physique de la classe de PC inclut celui de la classe de PCSI, et son organisation est la même :

- Dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la « **démarche scientifique** » permet de développer pendant les deux années de formation à travers certaines de ses composantes : la démarche expérimentale, la résolution de problèmes et les approches documentaires. Ces compétences et les capacités associées continueront à être exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la deuxième année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.
- Dans la deuxième partie, intitulée « **formation expérimentale** », sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Elles complètent celles décrites dans la deuxième partie du programme de PCSI, qui restent exigibles, et devront être régulièrement exercées durant la classe de PC. Leur mise en œuvre à travers les activités expérimentales doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la partie « formation disciplinaire ».
- La troisième partie, intitulée « **formation disciplinaire** », décrit les connaissances et capacités associées aux contenus disciplinaires propres à la classe de PC. Comme dans le programme de première année, elles sont présentées en deux colonnes : la première colonne décrit les « notions et contenus » ; en regard, la seconde colonne précise les « capacités exigibles » associées dont l'acquisition par les étudiants doit être la priorité du professeur. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre. Certains items de cette partie, **identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une approche numérique ou d'une approche documentaire.
- Trois appendices listent le matériel, les outils mathématiques et les outils transversaux que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique en fin de l'année de PC. Ils complètent le matériel et les outils mathématiques rencontrés en première année et dont la maîtrise reste nécessaire.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre en fin d'année pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. La formation de seconde année est divisée en deux semestres. Toutefois le professeur est ici libre de traiter le programme dans l'ordre qui lui semble le plus adapté à ses étudiants. Dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- Il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des étudiants. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
- Il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées.
- Il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en physique doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, informatique et chimie.

## Partie 1 - Démarche scientifique

### 1. Démarche expérimentale

La physique est une science à la fois théorique et expérimentale. Ces deux parties de la démarche scientifique s'enrichissent mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de notre enseignement.

C'est la raison pour laquelle ce programme fait une très large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- Le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu de l'important volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences spécifiques décrites dans cette partie, de capacités dans le domaine de la mesure (réalisation, évaluation de la précision, analyse du résultat...) et des techniques associées. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie.
- Le second concerne l'identification, tout au long du programme dans la troisième partie (contenus disciplinaires), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, ne répondent donc pas tout à fait aux mêmes objectifs :

- Les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la physique.
- Les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, suscitée par une problématique clairement identifiée et, chaque fois que cela est possible, transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et de l'évaluation de sa précision, d'autonomie dans la mise en œuvre



de protocoles simples associés à la mesure des grandeurs physiques les plus souvent mesurées.

La liste de matériel jointe en appendice de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Son placement en appendice du programme, et non à l'intérieur de la partie dédiée à la formation expérimentale, est délibéré : il exclut l'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des compétences techniques associées.

### **Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales**

Les activités expérimentales en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE) mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc.).

<b>Compétence</b>	<b>Exemples de capacités associées</b>
<b>S'approprier</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale</li> <li>- énoncer une problématique d'approche expérimentale</li> <li>- définir les objectifs correspondants</li> </ul>
<b>Analyser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- formuler et échanger des hypothèses</li> <li>- proposer une stratégie pour répondre à la problématique</li> <li>- proposer un modèle</li> <li>- choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental</li> <li>- évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations</li> </ul>
<b>Réaliser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- mettre en œuvre un protocole</li> <li>- utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « matériel », avec aide pour tout autre matériel</li> <li>- mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates</li> <li>- effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales</li> </ul>
<b>Valider</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes</li> <li>- confronter un modèle à des résultats expérimentaux</li> <li>- confirmer ou infirmer une hypothèse, une information</li> <li>- analyser les résultats de manière critique</li> <li>- proposer des améliorations de la démarche ou du modèle</li> </ul>
<b>Communiquer</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- à l'écrit comme à l'oral :               <ul style="list-style-type: none"> <li>o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible</li> </ul> </li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ utiliser un vocabulaire scientifique adapté</li> <li>○ s'appuyer sur des schémas, des graphes</li> </ul>
<b>Être autonome, faire preuve d'initiative</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- faire preuve d'écoute, confronter son point de vue</li> <li>- travailler seul ou en équipe</li> <li>- solliciter une aide de manière pertinente</li> <li>- s'impliquer, prendre des décisions, anticiper</li> </ul>

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Dans ce cadre, on doit développer les capacités à définir la problématique du questionnement, à décrire les méthodes, en particulier expérimentales, utilisées pour y répondre, à présenter les résultats obtenus et l'exploitation, graphique ou numérique, qui en a été faite, et à analyser les réponses apportées au questionnement initial et leur qualité. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.

La compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative** » est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

## 2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.

La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problèmes. La résolution de problèmes mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ....

Établir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, ...). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. .....
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle. ...
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, ...). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue ...
Communiquer.	Présenter la solution ou la rédiger, en expliquant le raisonnement et les résultats. ...

### 3. Approches documentaires

En seconde année, comme en première année, le programme de physique prévoit un certain nombre **d'approches documentaires**, identifiées comme telles dans la colonne « capacités exigibles » de la partie « formation disciplinaire ».

L'objectif de ces activités reste le même puisqu'il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver en utilisant des documents variés (texte, schéma, graphe, vidéo, photo,...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (construction du savoir scientifique, histoire des sciences, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux...) dans les domaines de la physique des XX<sup>ème</sup> et XXI<sup>ème</sup> siècles et de leurs applications ;
- de mobiliser et de développer des compétences liées à la recherche, à l'extraction, à l'organisation, à l'analyse et à la synthèse de l'information recueillie ou fournie, compétences essentielles pour les futurs ingénieurs et chercheurs scientifiques. Ces compétences et des exemples de capacités associées sont présentés dans le tableau ci-dessous. Elles peuvent servir de support pour la formation et l'évaluation des étudiants.

À l'issue de l'activité documentaire, une synthèse finale est indispensable pour bien identifier les nouvelles connaissances, les nouveaux modèles et les éléments de culture générale que les étudiants doivent s'approprier.

Compétence	Exemples de capacités associées
<b>S'approprier</b>	- Dégager la problématique principale - Acquérir de nouvelles connaissances en autonomie - Identifier la complémentarité d'informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau,...)
<b>Analyser</b>	- Identifier les idées essentielles et leurs articulations - Relier qualitativement ou quantitativement différents éléments du

	ou des documents - Identifier une tendance, une corrélation, une grandeur d'influence - Conduire un raisonnement scientifique qualitatif ou quantitatif. - S'appuyer sur ses connaissances et savoir-faire et sur les documents proposés pour enrichir l'analyse
<b>Réaliser</b>	- Extraire une information d'un texte, d'un graphe, d'un tableau - Trier et organiser des données, des informations - Tracer un graphe à partir de données - Schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure,... - Décrire un phénomène à travers la lecture d'un graphe, d'un tableau,... - Conduire une analyse dimensionnelle - Utiliser un modèle décrit
<b>Valider</b>	- Faire preuve d'esprit critique - Confronter le contenu du document avec ses connaissances et savoir-faire - Repérer les points faibles d'une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude,...) - Estimer des ordres de grandeur et procéder à des tests de vraisemblance
<b>Communiquer</b> à l'écrit comme à l'oral	- Rédiger/présenter une synthèse, une analyse, une argumentation,... (clarté, justesse, pertinence, exhaustivité, logique) - Résumer un paragraphe sous la forme d'un texte, d'un schéma, d'une carte mentale - Illustrer son propos par des schémas, des graphes, des développements mathématiques

## Partie 2 : Formation expérimentale

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales nouvelles que les élèves doivent acquérir au cours de l'année de PC durant les séances de travaux pratiques. Elle vient prolonger la partie correspondante de PCSI dont les capacités doivent être complètement acquises à l'issue des deux années de préparation, et restent donc naturellement au programme de seconde année PC.

Les capacités rassemblées ici ne constituent en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion d'un problème concret.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
<b>1. Mesures de longueurs et d'angles</b> Caractéristiques spatiales d'un émetteur (ondes lumineuses, ondes acoustiques, ondes centimétriques...)	Construire l'indicatrice de rayonnement. Étudier la dépendance par rapport à la distance au récepteur.
<b>2. Mesures de temps et de fréquences</b>  Fréquence ou période : <ul style="list-style-type: none"> <li>Mesure indirecte : par comparaison avec une fréquence connue voisine, en utilisant une détection</li> </ul>	Réaliser une détection « synchrone » élémentaire à l'aide d'un multiplieur et d'un passe-bas simple adapté à la mesure.



## Partie 3 : Formation disciplinaire

Dans cette partie du programme, il est parfois évoqué une approche descriptive de telle ou telle notion. Il s'agit là d'une introduction essentiellement qualitative de cette notion ou phénomène, dont l'évaluation ne peut conduire à des développements quantitatifs et calculatoires.

### 1. Optique

#### Présentation

Le programme de PC s'inscrit dans la continuité de la rubrique « signaux physiques » du programme de PCSI. Dans le bloc 1 on introduit les éléments spécifiques à l'émission, la propagation et la détection des ondes lumineuses. Puis les blocs 2-4 traitent essentiellement des interférences lumineuses avec un cheminement naturel du simple au compliqué : partant des trous d'Young éclairés par une source ponctuelle strictement monochromatique, on étudie ensuite l'évolution de la visibilité sous l'effet d'un élargissement spatial et spectral de la source. Le brouillage des franges précédentes sous l'effet d'un élargissement spatial conduit à montrer un des avantages de l'interféromètre de Michelson éclairé par une source étendue (franges d'égale inclinaison et franges d'égale épaisseur) en constatant expérimentalement l'existence d'un lieu de localisation des franges. L'objectif de cette partie n'est pas le calcul d'intensités de la lumière : on exploite le plus souvent les variations de l'ordre d'interférences (avec la position du point d'observation, la position du point source et la longueur d'onde) pour interpréter les observations sans expliciter l'intensité de la lumière.

L'analyse de Fourier joue un rôle important dans cette partie, d'une part dans le domaine temporel pour décomposer une onde réelle en ondes monochromatiques et d'autre part dans le domaine spatial pour décomposer le coefficient de transmission d'une mire en un fond continu plus une somme de fonctions sinusoïdales. Comme dans l'ensemble du programme de PC on se limite à une approche semi-quantitative. Il s'agit exclusivement :

- de décomposer un signal en composantes sinusoïdales sans chercher à expliciter les amplitudes et phases de ces composantes ;
- d'utiliser le fait que le spectre d'un signal périodique de fréquence  $f$  est constitué des fréquences  $nf$  avec  $n$  entier ;
- d'utiliser la relation en ordre de grandeur entre la largeur spectrale « utile » ( $\Delta\omega$  ou  $\Delta k_x$ ) et l'étendue caractéristique d'un signal non périodique ( $\Delta t$  ou  $\Delta x$ ).

#### Objectifs généraux de formation

- Faire le lien entre des descriptions complémentaires en termes de rayons lumineux et en termes d'ondes ;
- utiliser les propriétés d'un récepteur de lumière pour distinguer ce qui est accessible directement à la mesure en optique (intensité, déphasage entre deux ondes) et ce qui ne l'est pas (phase d'une onde) ;
- utiliser l'analyse de Fourier et exploiter la notion de spectre ; transposer ces notions du domaine temporel au domaine spatial ;
- prendre conscience des enjeux métrologiques en mesurant à l'échelle humaine des grandeurs temporelles et spatiales du domaine microscopique ;



- prendre conscience de l'existence de phénomènes aléatoires (temps de cohérence d'une radiation émise par une source).

Le bloc 1 introduit les outils nécessaires. La réponse des récepteurs est environ proportionnelle à la moyenne du carré du champ électrique de l'onde. Le programme utilise uniquement le mot « intensité » pour décrire la grandeur détectée mais on peut utiliser indifféremment les mots « intensité » et « éclairement » sans chercher à les distinguer à ce niveau de formation. La loi de Malus (orthogonalité des rayons lumineux et des surfaces d'ondes dans l'approximation de l'optique géométrique) est admise. Dans le cadre de l'optique, on qualifiera de plane ou sphérique une onde par référence à la forme des surfaces d'ondes.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Modèle scalaire des ondes lumineuses</b>	
<p>a) Modèle de propagation dans l'approximation de l'optique géométrique.</p> <p>Chemin optique. Déphasage dû à la propagation.</p> <p>Surfaces d'ondes. Loi de Malus.</p> <p>Onde plane, onde sphérique ; effet d'une lentille mince dans l'approximation de Gauss.</p> <p>b) Modèle d'émission. Approche expérimentale de la longueur de cohérence temporelle. Relation entre le temps de cohérence et la largeur spectrale.</p> <p>c) Récepteurs. Intensité.</p>	<p>Associer la grandeur scalaire de l'optique à une composante d'un champ électrique.</p> <p>Exprimer le retard de phase en un point en fonction du retard de propagation ou du chemin optique.</p> <p>Utiliser l'égalité des chemins optiques sur les rayons d'un point objet à son image.</p> <p>Associer une description de la formation des images en termes de rayon lumineux et en termes de surfaces d'onde.</p> <p>Classifier différentes sources lumineuses (lampe spectrale basse pression, laser, source de lumière blanche...) en fonction du temps de cohérence de leurs diverses radiations et connaître quelques ordres de grandeur des longueurs de cohérence temporelle associées. Utiliser la relation <math>\Delta f \cdot \Delta t \approx 1</math> pour relier le temps de cohérence et la largeur spectrale <math>\Delta \lambda</math> de la radiation considérée.</p> <p>Relier l'intensité à la moyenne temporelle du carré de la grandeur scalaire de l'optique.</p> <p>Citer le temps de réponse de l'œil. <b>Choisir un récepteur en fonction de son temps de réponse et de sa sensibilité fournis.</b></p>

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2. Superposition d'ondes lumineuses</b>	
<p>Superposition de deux ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles : formule de Fresnel <math>I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi</math>.</p>	<p>Établir la formule de Fresnel. Citer la formule de Fresnel et justifier son utilisation par la cohérence des deux ondes.</p>

Contraste.	Associer un bon contraste à des intensités $I_1$ et $I_2$ voisines.
Superposition de deux ondes incohérentes entre elles.	Justifier et utiliser l'additivité des intensités.
Superposition de N ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles, de même amplitude et dont les phases sont en progression arithmétique dans le cas $N \gg 1$ .	Utiliser un grapheur pour discuter l'influence de N sur la finesse sans calculer explicitement l'intensité sous forme compacte. Utiliser la construction de Fresnel pour établir la condition d'interférences constructives et la demi-largeur $2\pi/N$ des franges brillantes.

Dans le bloc 3, les trous d'Young permettent de confronter théorie et expérience. En revanche, les fentes d'Young sont abordées de manière exclusivement expérimentale. Aucun autre interféromètre à division du front d'onde n'est exigible.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde : trous d'Young</b>	
Trous d'Young ponctuels dans un milieu non dispersif : source ponctuelle à grande distance finie et observation à grande distance finie. Champ d'interférences. Ordre d'interférences $p$ .	Savoir que les franges ne sont pas localisées. Définir, déterminer et utiliser l'ordre d'interférences.
Variations de $p$ avec la position du point d'observation ; franges d'interférences.	Interpréter la forme des franges observées sur un écran éloigné parallèle au plan contenant les trous d'Young.
<b>Comparaison entre deux dispositifs expérimentaux : trous d'Young et fentes d'Young.</b>	<b>Confronter les deux dispositifs : analogies et différences.</b>
Variation de $p$ par rajout d'une lame à faces parallèles sur un des trajets.	Interpréter la modification des franges
Variations de $p$ avec la position d'un point source ; perte de contraste par élargissement spatial de la source.	Utiliser le critère semi-quantitatif de brouillage des franges $ \Delta p  > 1/2$ (où $ \Delta p $ est évalué sur la moitié de l'étendue spatiale de la source) pour interpréter des observations expérimentales.
Variations de $p$ avec la longueur d'onde. Perte de contraste par élargissement spectral de la source.	Utiliser le critère semi-quantitatif de brouillage des franges $ \Delta p  > 1/2$ (où $ \Delta p $ est évalué sur la moitié de l'étendue spectrale de la source) pour interpréter des observations expérimentales. Relier la longueur de cohérence, $\Delta\lambda$ et $\lambda$ en ordre de grandeur.
Observations en lumière blanche (blanc d'ordre supérieur, spectre cannelé).	Déterminer les longueurs d'ondes des cannelures.
Généralisation au montage de Fraunhofer : trous d'Young ; ensemble de N trous alignés équidistants.	Confronter ce modèle à l'étude expérimentale du réseau plan.



Dans le bloc 4, l'étude de l'interféromètre de Michelson en lame d'air permet de confronter théorie et expérience. En revanche, l'étude de l'interféromètre de Michelson en coin d'air est abordée de manière exclusivement expérimentale. Pour la modélisation d'un interféromètre de Michelson on suppose la séparatrice infiniment mince.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4. Exemple de dispositif interférentiel par division d'amplitude : interféromètre de Michelson</b>	
<p>a) Interféromètre de Michelson équivalent à une lame d'air éclairée par une source spatialement étendue. Localisation (constatée) des franges. Franges d'égale inclinaison.</p> <p>b) Interféromètre de Michelson équivalent à un coin d'air éclairé par une source spatialement étendue. Localisation (constatée) des franges. Franges d'égale épaisseur.</p>	<p><b>Décrire et mettre en œuvre les conditions d'éclairage et d'observation.</b> Établir et utiliser l'expression de l'ordre d'interférence en fonction de l'épaisseur de la lame, l'angle d'incidence et la longueur d'onde.</p> <p><b>Mesurer l'écart <math>\Delta\lambda</math> d'un doublet et la longueur de cohérence d'une radiation. Interpréter les observations en lumière blanche.</b></p> <p><b>Décrire et mettre en œuvre les conditions d'éclairage et d'observation.</b> Admettre et utiliser l'expression de la différence de marche en fonction de l'épaisseur pour exprimer l'ordre d'interférences.</p> <p><b>Analyser un objet (miroir déformé, lame de phase introduite sur un des trajets, etc...). Interpréter les observations en lumière blanche.</b></p>

Le bloc 5 est essentiellement expérimental.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>5. Approche expérimentale : onde transmise par un objet diffractant plan éclairé par une onde plane sous incidence normale.</b>	
Réseau unidimensionnel d'extension infinie de coefficient de transmission $t(X)$ sinusoïdal et de pas supérieur à la longueur d'onde. Plan de Fourier.	Construire l'onde transmise par superposition de trois ondes planes définies par la condition aux limites sur le réseau. Interpréter les observations dans le plan de Fourier.
<b>Mire unidimensionnelle d'extension latérale infinie de N traits parallèles équidistants. Fréquence spatiale.</b>	<b>Relier une fréquence spatiale du spectre de la mire à la position d'un point du plan de Fourier. Relier l'amplitude de l'onde en ce point à la composante du spectre de Fourier correspondant. Interpréter les observations dans le plan de Fourier.</b>
<b>Fente rectiligne de coefficient de transmission uniforme.</b>	<b>Relier une fréquence spatiale du spectre de la fente à la position d'un point du plan de Fourier. Relier l'amplitude de l'onde en ce point à la composante du spectre de Fourier correspondant. Interpréter les observations dans le plan de Fourier.</b>

	Faire le lien avec la relation $\sin \theta = \lambda/a$ vue en première année.
<b>Filtrage optique</b>	<b>Utiliser l'analyse de Fourier pour interpréter les effets d'un filtrage de fréquences spatiales dans le plan de Fourier .</b>

## 2. Thermodynamique

### Présentation

Le programme de thermodynamique de PC s'inscrit dans le prolongement du programme de PCSI : les principes de la thermodynamique peuvent être désormais écrits sous forme infinitésimale  $dU + dE = \delta W + \delta Q$  et  $dS = \delta S_e + \delta S_c$  pour un système évoluant entre deux instants  $t$  et  $t+dt$  infiniment proches, d'une part dans le cadre de l'étude des machines thermiques avec écoulement en régime stationnaire et d'autre part dans le cadre de l'étude de la diffusion thermique. Les expressions des variations infinitésimales  $dU$  et  $dS$  en fonction des variables d'état doivent être fournies pour les systèmes envisagés.

Lors de l'étude de la diffusion de particules on néglige la convection. La mise en équation de la diffusion thermique est limitée au cas des solides ; on peut utiliser les résultats ainsi établis dans des fluides en l'absence de convection en affirmant la généralisation des équations obtenues dans les solides. Par ailleurs on néglige le rayonnement thermique qui fait l'objet d'une approche documentaire.

Cette rubrique contribue à asseoir la maîtrise des opérateurs d'analyse vectorielle (gradient, divergence, laplacien) mais le formalisme doit rester au deuxième plan. Les mises en équations locales sont faites exclusivement sur des géométries cartésiennes unidimensionnelles. On admet ensuite les formes générales des équations en utilisant les opérateurs d'analyse vectorielle, ce qui permet de traiter des problèmes dans d'autres géométries en fournissant les expressions de la divergence et du laplacien.

Enfin, aucune connaissance sur les solutions d'une équation de diffusion ne figure au programme. La loi phénoménologique de Newton à l'interface entre un solide et un fluide peut être utilisée dès lors qu'elle est fournie.

### Objectifs généraux de formation

Le cours de thermodynamique de PC permet une révision du cours de thermodynamique de PCSI et contribue à asseoir les compétences correspondantes. Au-delà, l'étude des phénomènes de diffusion contribue à la formation générale en physique des milieux continus en introduisant des outils formels puissants (divergence, laplacien) dans un contexte concret. Les compétences développées sont :

- réaliser des bilans sous forme globale et locale ;
- manipuler des équations aux dérivées partielles (analyse en ordre de grandeur, conditions initiales, conditions aux limites) ;
- mettre en évidence l'analogie entre les différentes équations locales traduisant le bilan d'une grandeur scalaire extensive ;
- mettre en évidence un squelette algébrique commun à plusieurs phénomènes physiques ;
- utiliser les trois échelles macroscopique, mésoscopique et microscopique ;
- distinguer une loi phénoménologique et une loi universelle ;
- utiliser une description probabiliste d'un phénomène physique ;

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Systèmes ouverts en régime stationnaire</b>	
Premier et deuxième principes de la thermodynamique pour un système ouvert en régime stationnaire, dans le seul cas d'un écoulement unidimensionnel dans la section d'entrée et la section de sortie.	Établir les relations $\Delta h + \Delta e = w_u + q$ et $\Delta s = s_e + s_c$ et les utiliser pour étudier des machines thermiques réelles à l'aide de diagrammes thermodynamiques (T,s) et (P,h).

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2.1 Diffusion de particules</b>	
Vecteur densité de flux de particules $\mathbf{j}_N$ .	Exprimer le nombre de particules traversant une surface en utilisant le vecteur $\mathbf{j}_N$
Bilans de particules.	Utiliser la notion de flux pour traduire un bilan global de particules. Établir une équation traduisant un bilan local dans le seul cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne, éventuellement en présence de sources internes. Admettre et utiliser une généralisation en géométrie quelconque utilisant l'opérateur divergence et son expression fournie.
Loi de Fick.	Utiliser la loi de Fick. Citer l'ordre de grandeur d'un coefficient de diffusion dans un gaz dans les conditions usuelles.
Régimes stationnaires.	Utiliser la conservation du flux sous forme locale ou globale en l'absence de source interne.
Équation de diffusion en l'absence de sources internes.	Établir une équation de la diffusion dans le seul cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne. Utiliser une généralisation en géométrie quelconque en utilisant l'opérateur laplacien et son expression fournie. Analyser une équation de diffusion en ordre de grandeur pour relier des échelles caractéristiques spatiale et temporelle.
Approche microscopique du phénomène de diffusion.	Mettre en place un modèle probabiliste discret à une dimension de la diffusion (marche au hasard) et évaluer le coefficient de diffusion associé en fonction du libre parcours moyen et de la vitesse quadratique moyenne.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2.2 Diffusion thermique</b>	
Vecteur densité de flux thermique $\mathbf{j}_q$	Exprimer le flux thermique à travers une surface en utilisant le vecteur $\mathbf{j}_q$ .
Premier principe de la thermodynamique.	Utiliser le premier principe dans le cas d'un milieu solide pour établir une équation locale dans le cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne, éventuellement en présence de sources internes. Admettre et utiliser une généralisation en géométrie quelconque utilisant l'opérateur

	divergence et son expression fournie.
Loi de Fourier.	Utiliser la loi de Fourier. Citer quelques ordres de grandeur de conductivité thermique dans les conditions usuelles : air, eau, béton, acier.
Régimes stationnaires. Résistance thermique.	Utiliser la conservation du flux sous forme locale ou globale en l'absence de source interne. Définir la notion de résistance thermique par analogie avec l'électrocinétique. Exprimer une résistance thermique dans le cas d'un modèle unidimensionnel en géométrie cartésienne. Utiliser des associations de résistances thermiques.
Équation de la diffusion thermique en l'absence de sources internes.	Établir une équation de la diffusion dans le seul cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne. Admettre et utiliser une généralisation en géométrie quelconque en utilisant l'opérateur laplacien et son expression fournie. Analyser une équation de diffusion en ordre de grandeur pour relier des échelles caractéristiques spatiale et temporelle. Utiliser la relation de Newton $\delta Q = h(T_s - T_a)dSdt$ fournie comme condition aux limites à une interface solide-fluide.
<b>2.3 Rayonnement thermique</b>	
Approche descriptive du rayonnement du corps noir : loi de Wien, loi de Stefan.	Utiliser les expressions fournies des lois de Wien et de Stefan pour expliquer qualitativement l'effet de serre.

### 3. Mécanique

#### Présentation

Le programme de mécanique de PC s'inscrit dans le prolongement des rubriques « mécanique » et « statique des fluides » du programme de PCSI : il est constitué de deux sous-parties, l'une consacrée aux changements de référentiels et l'autre à la mécanique des fluides.

#### Objectifs généraux de formation

L'étude des changements de référentiel en mécanique doit conduire les étudiants :

- à choisir de manière autonome un référentiel d'étude éventuellement non galiléen en pesant les avantages et les inconvénients de ce choix ;
- à discuter le caractère approximativement galiléen du référentiel géocentrique ou du référentiel terrestre selon le contexte ;
- à réfléchir sur les fondements de la cinématique classique en les confrontant aux éléments de cinématique relativiste du cours de terminale S.

L'enseignement de mécanique des fluides vise à développer les compétences suivantes :

- utiliser les échelles macroscopique, mésoscopique et microscopique dans un même contexte ;
- utiliser un formalisme puissant tout en restant au contact permanent du concret à l'échelle humaine, favorisant ainsi les allers retours entre la théorie et l'expérience (confronter des observations et une ou plusieurs modélisations, etc...)
- former des nombres sans dimension pour déterminer les termes dominants et réduire la complexité des équations ;
- utiliser des modèles de complexité croissante (prise en compte ou non de la tension superficielle, de la viscosité, etc...) ;
- utiliser à bon escient des modèles d'écoulements (incompressible, irrotationnel, stationnaire).

Le bloc 1 concerne les changements de référentiel. Compte tenu de l'introduction en terminale S de notions sur la dilatation des durées, il importe dans la première sous-partie de mettre en évidence clairement les fondements de la cinématique classique qui pour être « intuitifs » n'en sont pas moins incompatibles avec la cinématique relativiste. La cinématique des changements de référentiels n'est pas étudiée pour elle-même mais en vue d'applications en dynamique du point ou des fluides. Pour l'étude du champ de pesanteur, on supposera le référentiel géocentrique galiléen, ce qui revient à omettre le terme de marées dont il sera question dans une approche documentaire. En outre, l'approche descriptive du rôle des roues dans la propulsion d'un véhicule tracté ou motorisé fait utiliser un changement de référentiel en mécanique du solide : on se limite au cas d'un véhicule en mouvement rectiligne uniforme dans un référentiel galiléen, de telle sorte que les roues sont en rotation autour d'un axe fixe dans le référentiel barycentrique galiléen.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1.1 Changements de référentiel en mécanique classique</b>	
Cas d'un référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à un autre : transformation de Galilée, composition des vitesses.	Relier ces lois à la relation de Chasles et au caractère supposé absolu du temps.
Composition des vitesses et des accélérations dans le cas d'un référentiel en translation par rapport à un autre : point coïncident, vitesse d'entraînement, accélération d'entraînement.	Utiliser le point coïncident pour exprimer la vitesse d'entraînement et l'accélération d'entraînement.
Composition des vitesses et des accélérations dans le cas d'un référentiel en rotation uniforme autour d'un axe fixe : point coïncident, vitesse d'entraînement, accélération d'entraînement, accélération de Coriolis.	Utiliser le point coïncident pour exprimer la vitesse d'entraînement et l'accélération d'entraînement. Citer et utiliser l'expression de l'accélération de Coriolis.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1.2 Dynamique dans un référentiel non galiléen</b>	
Cas d'un référentiel en translation par rapport à un référentiel galiléen : force d'inertie d'entraînement	Déterminer la force d'inertie d'entraînement. Appliquer la loi de la quantité de mouvement, la loi du moment cinétique et la loi de l'énergie cinétique dans un référentiel non galiléen.
Cas d'un référentiel en rotation uniforme autour d'un axe fixe dans un référentiel galiléen : force d'inertie d'entraînement, force	Exprimer la force d'inertie axifuge et la force d'inertie de Coriolis. Associer la force d'inertie axifuge à l'expression familière

d'inertie de Coriolis.	« force centrifuge ». Appliquer la loi de la quantité de mouvement, la loi du moment cinétique et la loi de l'énergie cinétique dans un référentiel non galiléen.
Exemples :  - champ de pesanteur : définition, évolution qualitative avec la latitude, ordres de grandeur ;  - équilibre d'un fluide dans un référentiel non galiléen en translation ou en rotation uniforme autour d'un axe fixe dans un référentiel galiléen.	Distinguer le champ de pesanteur et le champ gravitationnel.  Établir et utiliser l'expression de la force d'inertie d'entraînement volumique.  <b>Approche documentaire</b> : associer les marées à un terme gravitationnel différentiel et comparer l'influence de la Lune et du Soleil pour analyser des documents scientifiques.  <b>Approche documentaire</b> : utiliser l'expression de la force de Coriolis pour analyser des documents scientifiques portant sur les effets de la force de Coriolis sur les vents géostrophiques ou les courants marins.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1.3 Approche descriptive du fonctionnement d'un véhicule à roues.</b>	
Mouvement rectiligne uniforme d'un véhicule à roues dans un référentiel galiléen en l'absence de glissement : a) véhicule tracté par une force extérieure $F$ b) véhicule muni de roues motrices.	Exprimer la condition de non-glissement des roues.  Appliquer la loi de la quantité de mouvement et la loi de l'énergie cinétique au véhicule. Appliquer la loi du moment cinétique aux roues dans le référentiel du véhicule.  Expliquer qualitativement les rôles respectifs du moteur et des actions de contact exercées par la route selon qu'on envisage un bilan énergétique global ou un bilan de quantité de mouvement global.

La partie consacrée à la mécanique des fluides prolonge à la fois la rubrique « statique des fluides » et la rubrique « thermodynamique » de PCSI. Cet enseignement est conçu comme une initiation de telle sorte que de nombreux concepts (écoulement laminaire, écoulement turbulent, couche limite, vecteur tourbillon, nombre de Reynolds...) sont introduits de manière élémentaire. Toute extension du programme vers les cours spécialisés doit être évitée : par exemple l'approche lagrangienne, la fonction de courant, le potentiel complexe, l'étude locale du champ des vitesses, la relation de Bernoulli pour des écoulements compressibles ou instationnaires, le théorème de Reynolds et le théorème d'Euler sont hors-programme. Enfin la tension superficielle est abordée exclusivement d'un point de vue énergétique et expérimental.

L'apprentissage de la mécanique des fluides contribue à la maîtrise progressive des opérateurs d'analyse vectorielle qui sont utilisés par ailleurs en thermodynamique et en électromagnétisme. Quel que soit l'ordre dans lequel le professeur choisit de présenter ces



parties, il convient d'introduire ces opérateurs en insistant sur le contenu physique sous-jacent. Par ailleurs, la recherche de lignes de courants est traitée exclusivement à l'aide de logiciels d'intégration numérique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2.1 Description d'un fluide en mouvement</b>	
Champ eulérien des vitesses. Lignes de champ. Tubes de champ.	Définir et utiliser l'approche eulérienne.
Écoulement stationnaire.	Savoir que le caractère stationnaire dépend du référentiel.
Dérivée particulaire de la masse volumique. Écoulement incompressible.	Établir l'expression de la dérivée particulaire de la masse volumique. Utiliser son expression pour caractériser un écoulement incompressible. Savoir que le caractère incompressible ne dépend pas du référentiel.
Équation locale de conservation de la masse.	Établir cette équation dans le seul cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne. Admettre et utiliser une généralisation en géométrie quelconque utilisant l'opérateur divergence et son expression fournie.
Caractérisation d'un écoulement incompressible par la divergence du champ des vitesses.	Utiliser $\text{div } \mathbf{v} = 0$ pour un écoulement incompressible.
Dérivée particulaire du vecteur-vitesse : terme local ; terme convectif.	Associer $d\mathbf{v}/dt$ à l'accélération de la particule de fluide qui passe en un point. Connaître et utiliser l'expression de l'accélération avec le terme convectif sous la forme $(\mathbf{v} \cdot \text{grad}) \mathbf{v}$ . Utiliser l'expression fournie de l'accélération convective en fonction de $\text{grad } (v^2/2)$ et $\text{rot } \mathbf{v} \times \mathbf{v}$ .
Vecteur tourbillon.	Illustrer sur des exemples simples la signification qualitative du vecteur tourbillon.
Écoulement irrotationnel défini par la nullité du rotationnel du champ des vitesses en tout point ; potentiel des vitesses.	Utiliser $\text{rot } \mathbf{v} = \mathbf{0}$ pour un écoulement irrotationnel et en déduire l'existence d'un potentiel des vitesses. Savoir que le caractère irrotationnel dépend du référentiel.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2.2 Actions de contact dans un fluide en mouvement</b>	
Forces de pression. Équivalent volumique.	Utiliser les relations $d\mathbf{F} = -pd\mathbf{S}$ et $d\mathbf{F} = -\text{grad}p d\tau$
Contraintes tangentielles dans un écoulement $\mathbf{v} = v_x(y) \mathbf{u}_x$ au sein d'un fluide newtonien ; viscosité.	Utiliser l'expression fournie $d\mathbf{F} = \eta \partial v_x / \partial y d\mathbf{S}_{u_x}$
Équivalent volumique des forces de viscosité dans un écoulement incompressible.	Établir sur cet exemple l'expression $d\mathbf{F} = \eta \Delta \mathbf{v} d\tau$ . Utiliser sa généralisation admise pour un écoulement incompressible quelconque.

<b>Coefficient de tension superficielle.</b>	<b>Mesurer un coefficient de tension superficielle. Utiliser l'expression de l'énergie de tension superficielle pour interpréter un protocole expérimental.</b>
Traînée d'une sphère solide en mouvement rectiligne uniforme dans un fluide newtonien : nombre de Reynolds ; coefficient de traînée $C_x$ ; graphe de $C_x$ en fonction du nombre de Reynolds ; notion d'écoulement laminaire et d'écoulement turbulent.	Évaluer un nombre de Reynolds pour choisir un modèle de traînée linéaire ou un modèle de traînée quadratique.

<b>Notions et contenus</b>	<b>Capacités exigibles</b>
<b>2.3 Équations dynamiques locales</b>	
Équation de Navier-Stokes dans un fluide newtonien en écoulement incompressible. Terme convectif. Terme diffusif. Nombre de Reynolds dans le cas d'une unique échelle spatiale.	Utiliser cette équation. Évaluer en ordre de grandeur le rapport du terme convectif sur le terme diffusif et le relier au nombre de Reynolds dans le cas d'une unique échelle spatiale.
Notion d'écoulement parfait et de couche limite.	Exploiter l'absence de forces de viscosité et le caractère isentropique de l'évolution des particules de fluide. Utiliser la condition aux limites sur la composante normale du champ des vitesses.
Équation d'Euler.	Utiliser cette équation.
Relation de Bernoulli pour un écoulement parfait, stationnaire, incompressible et homogène dans le champ de pesanteur uniforme dans un référentiel galiléen.	Justifier et utiliser cette relation. Interpréter d'éventuels écarts observés en vérifiant les conditions de validité.

<b>Notions et contenus</b>	<b>Capacités exigibles</b>
<b>2.4 Bilans macroscopiques</b>	
Bilans de masse.	Établir un bilan de masse en raisonnant sur un système ouvert et fixe ou sur un système fermé et mobile. Utiliser un bilan de masse.
Bilans de quantité de mouvement ou d'énergie cinétique pour un écoulement stationnaire unidimensionnel à une entrée et une sortie.	Associer un système fermé à un système ouvert pour faire un bilan. Utiliser la loi de la quantité de mouvement et la loi de l'énergie cinétique pour exploiter un bilan. Exploiter la nullité (admise) de la puissance des forces intérieures dans un écoulement parfait et incompressible.

## 4. Électromagnétisme

### Présentation

L'électromagnétisme a été étudié en PCSI dans un domaine restreint (induction électromagnétique et forces de Laplace) et sans le support des équations locales. Le programme de PC couvre en revanche tout le spectre des fréquences, des régimes stationnaires jusqu'aux phénomènes de propagation en passant par les régimes quasi-stationnaires et prend appui sur les équations locales (équation de conservation de la charge et équations de Maxwell). Le programme est découpé en rubriques indépendantes dont l'ordre de présentation relève de la liberté pédagogique du professeur. De nombreuses approches sont possibles, y compris en fractionnant les blocs. Les phénomènes de propagation sont étudiés essentiellement dans le cadre de la rubrique Physique des ondes



du programme : l'articulation entre les parties Électromagnétisme et Physique des ondes relève elle aussi de la liberté pédagogique.

Toute étude de distributions de courants superficiels est exclue. La modélisation superficielle d'une distribution de charges est strictement limitée à la modélisation du condensateur plan par deux plans infinis uniformément chargés : on fait remarquer la discontinuité du champ à la traversée d'une nappe de charges superficielles mais les relations de passage ne figurent pas au programme.

S'agissant des potentiels, on se limite à introduire le potentiel scalaire en électrostatique et à faire remarquer que le champ électrique ne dérive pas d'un potentiel scalaire en régime variable.

L'apprentissage de l'électromagnétisme contribue à la maîtrise progressive des opérateurs d'analyse vectorielle qui sont utilisés par ailleurs en thermodynamique et en mécanique des fluides. Quel que soit l'ordre dans lequel le professeur choisit de présenter ces parties, il convient d'introduire ces opérateurs en insistant sur le contenu physique sous-jacent.

L'étude de l'électromagnétisme n'est pas centrée sur les calculs de champs : ceux-ci se limitent donc à des calculs motivés par des applications pratiques d'intérêt évident. La recherche des lignes de champs d'un champ donné est traitée exclusivement à l'aide de logiciels d'intégration numérique.

### Objectifs généraux de formation

- Découper un système en éléments infinitésimaux et sommer des grandeurs physiques (champs créés, forces subies).
- Exploiter des cartes de lignes de champ fournies.
- Exploiter des propriétés de symétries.
- Manipuler des ordres de grandeur allant du microscopique au macroscopique.
- Distinguer les champs de vecteurs à flux conservatif et les champs de vecteurs à circulation conservative.
- Manipuler des modèles (dipôles, condensateur plan, solénoïde long, etc...)

Le bloc 1 étudie les sources du champ électromagnétiques dans l'approximation des milieux continus. Par ailleurs il convient de souligner et d'exploiter les analogies formelles avec les autres théories de champ : diffusion de particules, diffusion thermique, gravitation, mécanique des fluides.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Sources du champ électromagnétique</b>	
<b>1.1 Description microscopique et mésoscopique des sources</b>	
Densité volumique de charges. Charge traversant un élément de surface fixe et vecteur densité de courant. Intensité du courant.	Exprimer $\rho$ et $\mathbf{j}$ en fonction de la vitesse moyenne des porteurs de charge, de leur charge et de leur densité volumique. Relier l'intensité du courant et le flux de $\mathbf{j}$ .
<b>1.2 Conservation de la charge</b>	
Équation locale de conservation de la charge.	Établir l'équation traduisant la conservation de la charge dans le seul cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne. Citer et utiliser une généralisation (admise) en géométrie quelconque utilisant l'opérateur divergence, son expression étant fournie.
Conséquences en régime stationnaire.	Exploiter le caractère conservatif du vecteur $\mathbf{j}$ en régime stationnaire. Relier ces propriétés aux lois usuelles de l'électrocinétique.

1.3 Conduction électrique dans un conducteur ohmique	
<p>Loi d'Ohm locale dans un métal fixe, l'action de l'agitation thermique et des défauts du réseau fixe étant décrite par une force phénoménologique de la forme <math>-m\mathbf{v}/\tau</math> Conductivité électrique. Résistance d'une portion de conducteur filiforme.</p> <p>Approche descriptive de l'effet Hall.</p> <p>Effet thermique du courant électrique : loi de Joule locale.</p>	<p>Déduire du modèle un ordre de grandeur de <math>\tau</math> et en déduire un critère de validité du modèle en régime variable. Déduire du modèle un ordre de grandeur de <math>v</math> et en déduire un critère pour savoir s'il convient de prendre en compte un éventuel champ magnétique.</p> <p>Interpréter qualitativement l'effet Hall dans une géométrie rectangulaire.</p> <p>Exprimer la puissance volumique dissipée par effet Joule dans un conducteur ohmique.</p>

Le bloc 2 étudie les lois de l'électrostatique et quelques applications. Les calculs de champs doivent être motivés par l'utilisation de ces champs pour étudier des situations d'intérêt pratique évident. Ces calculs ne s'appuient sur la loi de Coulomb que pour des distributions de charges discrètes. Dans le cas des distributions continues, on se limite aux situations de haute symétrie permettant de calculer le champ par le théorème de Gauss et aux superpositions de champs ainsi obtenus. Cette rubrique permet aussi d'introduire et d'exploiter des analogies avec le champ gravitationnel qui a été étudié en PCSI dans le seul cas d'astres ponctuels.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2. Electrostatique</b>	
<b>2.1 Champ électrostatique</b>	
<p>Loi de Coulomb. Champ et potentiel électrostatiques créés par une charge ponctuelle : relation <math>\mathbf{E} = -\text{grad } V</math>. Principe de superposition.</p> <p>Circulation conservative du champ électrique et signification physique : énergie potentielle d'une charge <math>q</math> dans un champ <math>\mathbf{E}</math>.</p> <p>Équation locale <math>\text{rot } \mathbf{E} = \mathbf{0}</math>.</p> <p>Propriétés de symétrie.</p> <p>Théorème de Gauss et équation locale <math>\text{div } \mathbf{E} = \rho/\epsilon_0</math>.</p> <p>Propriétés topographiques.</p>	<p>Citer l'ordre de grandeur du champ créé par le noyau sur l'électron dans un atome d'hydrogène.</p> <p>Associer la circulation de <math>\mathbf{E}</math> au travail de la force <math>q\mathbf{E}</math>.</p> <p>Utiliser le théorème de Stokes. Associer les propriétés locales <math>\text{rot } \mathbf{E} = \mathbf{0}</math> dans tout l'espace et <math>\mathbf{E} = -\text{grad } V</math>. Associer la relation <math>\mathbf{E} = -\text{grad } V</math> au fait que les lignes de champ sont orthogonales aux surfaces équipotentielles et orientées dans le sens des potentiels décroissants.</p> <p>Exploiter les propriétés de symétrie des sources (translation, rotation, symétrie plane, conjugaison de charges) pour prévoir des propriétés du champ créé.</p> <p>Choisir une surface adaptée et utiliser le théorème de Gauss.</p> <p>Justifier qu'une carte de lignes de champs puisse ou non être celle d'un champ</p>

	<p>électrostatique ; repérer d'éventuelles sources du champ et leur signe. Associer l'évolution de la norme de <math>\mathbf{E}</math> à l'évasement des tubes de champ loin des sources. Dédurre les lignes équipotentielles d'une carte de champ électrostatique, et réciproquement. Évaluer le champ électrique à partir d'un réseau de lignes équipotentielles.</p>
<b>2.2 Exemples de champs électrostatiques</b>	
<p>Dipôle électrostatique. Moment dipolaire</p> <p>Potentiel et champ créés.</p> <p>Actions subies par un dipôle placé dans un champ électrostatique d'origine extérieure : résultante et moment.</p> <p>Énergie potentielle d'un dipôle rigide dans un champ électrostatique d'origine extérieure.</p> <p>Approche descriptive des interactions ion-molécule et molécule-molécule.</p> <p>Dipôle induit. Polarisabilité.</p>	<p>Décrire les conditions de l'approximation dipolaire.</p> <p>Établir l'expression du potentiel <math>V</math>. Comparer la décroissance avec la distance du champ et du potentiel dans le cas d'une charge ponctuelle et dans le cas d'un dipôle. Tracer l'allure des lignes de champ.</p> <p>Utiliser les expressions fournies de l'énergie potentielle <math>E_p</math>, de la résultante <math>\mathbf{F}</math> et du moment <math>\mathbf{M}</math>.</p> <p>Prévoir qualitativement l'évolution d'un dipôle dans un champ d'origine extérieure <math>\mathbf{E}</math>.</p> <p>Expliquer qualitativement la solvatation des ions dans un solvant polaire. Expliquer qualitativement pourquoi l'énergie d'interaction entre deux molécules polaires n'est pas en <math>1/r^3</math>.</p> <p>Exprimer la polarisabilité d'un atome en utilisant le modèle de Thomson. Associer la polarisabilité et le volume de l'atome en ordre de grandeur.</p>
<p>Plan infini uniformément chargé en surface.</p> <p>Condensateur plan modélisé par deux plans parallèles portant des densités superficielles de charges opposées et uniformes. Capacité. Densité volumique d'énergie électrostatique.</p>	<p>Établir l'expression du champ créé.</p> <p>Établir l'expression du champ créé. Déterminer la capacité du condensateur. Citer l'ordre de grandeur du champ disruptif dans l'air. Associer l'énergie d'un condensateur apparue en électrocinétique à une densité volumique d'énergie.</p>
<p>Noyau atomique modélisé par une boule uniformément chargée : énergie de constitution de la distribution.</p>	<p>Exprimer l'énergie de constitution du noyau à un préfacteur numérique près par analyse dimensionnelle. Obtenir le préfacteur numérique en construisant le noyau par adjonction progressive de charges apportées de l'infini.</p>

	Relier les ordres de grandeur mis en jeu : rayons et énergies. Justifier la nécessité de l'interaction forte.
<b>2.3 Analogies avec le champ gravitationnel</b>	
Analogies formelles entre champ électrostatique et champ gravitationnel.	Mettre en évidence les analogies formelles entre les forces électrostatique et gravitationnelle pour en déduire l'analogie des propriétés des champs.

Le bloc 3 se consacre à l'étude du champ magnétique en régime stationnaire en prenant appui sur les équations locales : la loi de Biot et Savart ne figure pas au programme. L'objectif est davantage l'étude des propriétés du champ magnétique que le calcul de champs magnétiques : ceux-ci doivent donc se limiter à des situations d'intérêt pratique évident. Pour nourrir cette rubrique en applications on utilise les forces de Laplace et les forces de Lorentz étudiées en PCSI. Enfin la notion de potentiel-vecteur est hors-programme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Magnétostatique</b>	
<b>3.1 Champ magnétostatique</b>	
Équations locales de la magnétostatique et formes intégrales : flux conservatif et théorème d'Ampère.	Choisir un contour, une surface et les orienter pour appliquer le théorème d'Ampère.
Linéarité des équations.	Utiliser une méthode de superposition.
Propriétés de symétrie.	Exploiter les propriétés de symétrie des sources (rotation, symétrie plane, conjugaison de charges) pour prévoir des propriétés du champ créé.
Propriétés topographiques.	Justifier qu'une carte de lignes de champs puisse ou non être celle d'un champ magnétostatique ; repérer d'éventuelles sources du champ et leur signe/sens. Associer l'évolution de la norme de $\mathbf{B}$ à l'évasement des tubes de champ.
<b>3.2 Exemples de champs magnétostatiques</b>	
Câble rectiligne « infini ». Limite du fil rectiligne infini.	Déterminer le champ créé par un câble rectiligne infini. Calculer et connaître le champ créé par un fil rectiligne infini. Utiliser ces modèles près d'un circuit filiforme réel.
Solénoïde long sans effets de bords.	Calculer et connaître le champ à l'intérieur, la nullité du champ extérieur étant admise.
Inductance propre. Densité volumique d'énergie magnétique.	Établir les expressions de l'inductance propre et de l'énergie d'une bobine modélisée par un solénoïde. Associer cette énergie à une densité d'énergie volumique.
<b>3.3 Dipôles magnétostatiques</b>	
Moment magnétique d'une boucle de courant plane.	Utiliser un modèle planétaire pour relier le moment magnétique d'un atome d'hydrogène à son moment cinétique.
Rapport gyromagnétique de l'électron. Magnéton de Bohr.	Construire en ordre de grandeur le magnéton de Bohr par analyse

<p>Ordre de grandeur de la force surfacique d'adhérence entre deux aimants permanents identiques en contact.</p>	<p>dimensionnelle. Interpréter sans calculs les sources microscopiques du champ magnétique. Évaluer l'ordre de grandeur maximal du moment magnétique volumique d'un aimant permanent.</p> <p>Obtenir l'expression de la force surfacique d'adhérence par analyse dimensionnelle.</p>
<p>Actions subies par un dipôle magnétique placé dans un champ magnétostatique d'origine extérieure : résultante et moment.</p> <p>Énergie potentielle d'un dipôle magnétique rigide placé dans un champ magnétostatique d'origine extérieure.</p>	<p>Utiliser des expressions fournies.</p> <p><b>Approche documentaire</b> de l'expérience de Stern et Gerlach : expliquer sans calculs les résultats attendus dans le cadre de la mécanique classique ; expliquer les enjeux de l'expérience.</p>

Le bloc 4 présente les équations de Maxwell en régime dépendant du temps. La notion de potentiel-vecteur est hors-programme mais on insiste sur le fait que le champ électrique ne dérive pas en général d'un potentiel scalaire. L'étude détaillée des ondes électromagnétiques qui prolonge ce bloc est placée dans la partie Physique des ondes. On ne mentionne ici les phénomènes de propagation que pour les négliger dans le cadre des régimes lentement variables. Le cadre adopté est celui de l'ARQS « magnétique » où les effets des distributions de courants dominent ceux des distributions de charges.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4. Équations de Maxwell</b>	
<b>4.1 Postulats de l'électromagnétisme</b>	
<p>Force de Lorentz. Équations locales de Maxwell. Formes intégrales. Compatibilité avec les cas particuliers de l'électrostatique et de la magnétostatique ; compatibilité avec la conservation de la charge.</p> <p>Linéarité.</p>	<p>Utiliser les équations de Maxwell sous forme locale ou intégrale. Faire le lien entre l'équation de Maxwell-Faraday et la loi de Faraday étudiée en PCSI.</p> <p>Utiliser une méthode de superposition.</p>
<b>4.2 Aspects énergétiques</b>	
<p>Vecteur de Poynting. Densité volumique d'énergie électromagnétique. Équation locale de Poynting.</p>	<p>Utiliser les grandeurs énergétiques pour faire des bilans d'énergie électromagnétique. Associer le vecteur de Poynting et l'intensité utilisée en optique.</p>
<b>4.3 Validation de l'approximation des régimes quasi-stationnaires « magnétique »</b>	
<p>Équations de propagation des champs <b>E</b> et <b>B</b> dans le vide. Caractère non instantané des interactions électromagnétiques. Relation <math>\epsilon_0\mu_0c^2=1</math>.</p>	<p>Établir les équations de propagation. Interpréter c.</p>
ARQS « magnétique ».	Discuter la légitimité du régime quasi-stationnaire.

	<p>Simplifier les équations de Maxwell et l'équation de conservation de la charge et utiliser les formes simplifiées. Étendre le domaine de validité des expressions des champs magnétiques obtenues en régime stationnaire.</p>
--	--

## 5. Physique des ondes

### Présentation

Le programme de physique des ondes de PC s'inscrit dans le prolongement de la partie « signaux physiques » du programme de PCSI où des propriétés unificatrices (diffraction, interférences, battements...) ont été abordées en s'appuyant sur une approche expérimentale et sans référence à une équation d'onde. Il s'agit désormais de mettre en place l'équation d'onde de D'Alembert en électromagnétisme et en acoustique, puis d'envisager des modèles de sources d'ondes rayonnées dans l'espace. On aborde ensuite l'étude de la dispersion, de l'atténuation et de l'absorption associées à des phénomènes de propagation régis par des équations aux dérivées partielles linéaires à coefficients constants. La propagation d'ondes dans des milieux différents conduit naturellement à étudier la réflexion et la transmission d'ondes à une interface. L'étude de la physique des ondes s'achève par une introduction à l'approche ondulatoire de la mécanique quantique et par une introduction à la physique du laser.

### Objectifs généraux de formation

L'étude de la physique des ondes doit conduire les étudiants à développer, entre autres, les compétences suivantes :

- mettre en évidence les analogies existant entre des phénomènes relevant de domaines de la physique très différents, mais dont le comportement est régi par les mêmes équations aux dérivées partielles ;
- utiliser les ondes planes monochromatiques comme outil privilégié de résolution d'une équation d'onde linéaire, et caractériser celle-ci par une relation de dispersion ;
- choisir de manière pertinente entre des ondes stationnaires (c'est-à-dire dont les variations spatiale et temporelle sont factorisées en représentation réelle) et des ondes progressives ;
- associer les modes propres d'un système confiné à des ondes stationnaires dont les pulsations sont quantifiées ;
- utiliser l'analyse de Fourier et la superposition pour faire le lien entre une solution physique réelle spatialement et temporellement limitée, et des solutions mathématiques élémentaires non réalistes ;
- utiliser des conditions initiales et/ou des conditions aux limites connues pour déterminer la solution d'une équation d'ondes par superposition ;
- linéariser des équations à partir de la manipulation d'ordres de grandeur pertinents associés au phénomène étudié ;



- identifier les principaux types de comportements ondulatoires associés aux domaines asymptotiques d'une relation de dispersion simple (propagation sans déformation, dispersion, absorption, atténuation) ;
- identifier les limites d'une approche classique particulière au niveau microscopique et la richesse prévisionnelle d'un modèle ondulatoire : confronter les effets quantiques et les prédictions classiques en s'appuyant, entre autres, sur des estimations numériques.

Le bloc 1 est consacré à l'étude de phénomènes ondulatoires non dispersifs régis par l'équation d'onde de d'Alembert. Le choix a été fait ici de privilégier les solutions harmoniques dans la résolution pour leur universalité comme solutions adaptées aux équations d'ondes linéaires. Les solutions générales  $f(x-ct)$  et  $g(x+ct)$  apparaissent ici comme un cas particulier que l'on retrouve par superposition. La méthode de séparation des variables n'est donc pas exigible sur cette partie. S'agissant de la modélisation microscopique des solides, l'objectif est principalement d'établir la loi de Hooke qui sera ensuite utilisée pour mettre en équations les ondes longitudinales dans l'approximation du solide continu. Dans le cadre de la physique des ondes, on qualifiera de plane ou sphérique une onde par référence à sa dépendance spatiale  $f(x,t)$  ou  $f(r,t)$ .

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Phénomènes de propagation non dispersifs : équation de d'Alembert</b>	
<b>1.1. Ondes mécaniques unidimensionnelles dans les solides déformables</b>	
Équation d'onde pour des ondes transversales sur une corde vibrante infiniment souple dans l'approximation des petits mouvements transverses.	Établir l'équation d'onde en utilisant un système infinitésimal.
Modèle microscopique de solide élastique unidimensionnel (chaîne d'atomes élastiquement liés) : loi de Hooke.	Relier la raideur des ressorts fictifs à l'énergie de liaison et évaluer l'ordre de grandeur du module d'Young.
Ondes acoustiques longitudinales dans une tige solide dans l'approximation des milieux continus.	Établir l'équation d'onde en utilisant un système infinitésimal.
Équation de d'Alembert ; célérité.	Reconnaître une équation de d'Alembert. Associer qualitativement la célérité d'ondes mécaniques, la raideur et l'inertie du milieu support.
Exemples de solutions de l'équation de d'Alembert : <ul style="list-style-type: none"> <li>- ondes progressives harmoniques</li> <li>- ondes stationnaires harmoniques</li> </ul>	Différencier une onde stationnaire d'une onde progressive par la forme de leur représentation réelle.  Utiliser qualitativement l'analyse de Fourier pour décrire une onde non harmonique.
Applications : <ul style="list-style-type: none"> <li>- régime libre : modes propres d'une corde vibrante fixée à ses deux extrémités</li> <li>- régime forcé : résonances sur la corde de Melde.</li> </ul>	Décrire les modes propres.  En négligeant l'amortissement, associer mode propre et résonance en régime forcé.
<b>1.2. Ondes acoustiques dans les fluides</b>	
Mise en équations eulérienne des ondes acoustiques dans le cadre de	Classifier les ondes acoustiques par domaines fréquentiels.

l'approximation acoustique. Équation de d'Alembert pour la surpression.	Valider l'approximation acoustique en manipulant des ordres de grandeur. Écrire le système des trois équations locales utiles. Linéariser les équations et établir l'équation de propagation de la surpression dans une situation unidimensionnelle en coordonnées cartésiennes. Utiliser sa généralisation admise en faisant appel à l'opérateur laplacien.
Structure des ondes planes progressives harmoniques : caractère longitudinal, impédance acoustique.	Utiliser le principe de superposition des ondes planes progressives harmoniques. Utiliser la notion d'impédance acoustique.
Densité volumique d'énergie acoustique, vecteur densité de courant énergétique. Intensité acoustique.	Utiliser les expressions admises du vecteur-densité de courant énergétique et de la densité volumique d'énergie associés à la propagation de l'onde. Utiliser la notion d'intensité acoustique en décibel et citer quelques ordres de grandeur.
Ondes acoustiques sphériques harmoniques.	Utiliser une expression fournie de la surpression pour interpréter par un argument énergétique la décroissance en $1/r$ de l'amplitude.
<b>Effet Doppler longitudinal</b>	<b>Décrire et mettre en œuvre un protocole de détection « synchrone » pour mesurer une vitesse par décalage Doppler</b>
<b>1.3. Ondes électromagnétiques dans le vide</b>	
Équations de propagation de <b>E</b> et <b>B</b> dans une région sans charge ni courant.  Structure d'une onde plane progressive harmonique.  Aspects énergétiques.  Polarisation des ondes électromagnétiques planes progressives harmoniques : polarisation elliptique, circulaire et rectiligne.  <b>Analyse d'une lumière totalement polarisée. Utiliser une lame quart d'onde ou demi-onde pour modifier ou analyser un état de polarisation, avec de la lumière totalement polarisée.</b>	Établir et citer les équations de propagation.  Établir et décrire la structure d'une OPPH. Utiliser le principe de superposition d'OPPH.  Relier la direction du vecteur de Poynting et la direction de propagation de l'onde. Relier le flux du vecteur de Poynting à un flux de photons en utilisant la relation d'Einstein-Planck. Citer quelques ordres de grandeur de flux énergétiques surfaciques moyens (laser hélium-néon, flux solaire, téléphonie, etc...) et les relier aux ordres de grandeur des champs électriques associés.  Relier l'expression du champ électrique à l'état de polarisation d'une onde.  <b>Reconnaître une lumière non polarisée. Distinguer une lumière non polarisée d'une lumière totalement polarisée.</b>



Le bloc 2 est consacré aux phénomènes de propagation régis par des équations aux dérivées partielles linéaires à coefficients constants. L'étude est menée sur des ondes harmoniques planes en représentation complexe (bloc 2.1) puis sur des paquets d'ondes harmoniques planes (bloc 2.2). S'agissant des paquets d'ondes, on se limite au cas où l'étalement est négligeable. On s'appuie soit sur les plasmas localement neutres soit sur les milieux ohmiques. On admet que les DLHI relèvent d'un traitement analogue faisant apparaître l'indice complexe, mais aucune modélisation du comportement des DLHI ne figure au programme. On se limite dans tous les cas à des milieux non magnétiques.

<b>2. Phénomènes de propagation linéaires</b>	
<b>2.1 Ondes électromagnétiques dans les plasmas et dans les métaux</b>	
<p>Interaction entre une onde plane progressive harmonique et un plasma localement neutre sans collisions. Conductivité imaginaire pure. Interprétation énergétique.</p> <p>Propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu localement neutre possédant une conductivité complexe : relation de dispersion, indice complexe. Dispersion, absorption.</p> <p>Cas particulier d'une propagation unidirectionnelle dans un plasma sans collisions : onde évanescente dans le domaine réactif (<math>\omega &lt; \omega_p</math>) ; absence de propagation de l'énergie en moyenne temporelle.</p> <p>Cas particulier d'un conducteur ohmique de conductivité réelle : effet de peau.</p>	<p>Décrire le modèle. Construire une conductivité complexe en justifiant les approximations.</p> <p>Associer le caractère imaginaire pur de la conductivité complexe à l'absence de puissance échangée en moyenne temporelle entre le champ et les porteurs de charges.</p> <p>Établir une relation de dispersion pour des ondes planes progressives harmoniques. Associer les parties réelle et imaginaire de <math>\underline{k}</math> aux phénomènes de dispersion et d'absorption.</p> <p>Reconnaître une onde évanescente (onde stationnaire atténuée).</p> <p>Repérer une analogie formelle avec les phénomènes de diffusion. Connaître l'ordre de grandeur de l'épaisseur de peau du cuivre à 50Hz.</p>
<b>2.2 Paquets d'ondes</b>	
Propagation d'un paquet d'ondes dans un milieu non absorbant et faiblement dispersif : vitesse de phase et vitesse de groupe.	Déterminer la vitesse de groupe à partir de la relation de dispersion. Associer la vitesse de groupe à la propagation de l'enveloppe du paquet d'ondes.

Le bloc 3 est consacré à la réflexion et la transmission d'ondes à une interface plane sous incidence normale en acoustique et en électromagnétisme. Dans ce dernier cas, on se limite ici aussi aux milieux non magnétiques. La notion de densité de courants superficiels et les relations de passage du champ électromagnétique ne figurent pas au programme. La notion de conducteur parfait ne figure pas au programme, les conditions aux limites sur la composante normale du champ électrique et la composante tangentielle du champ magnétique doivent être fournies si nécessaire dans un problème.

<b>3. Interfaces entre deux milieux</b>	
Réflexion, transmission d'une onde acoustique plane progressive sous incidence normale sur une interface plane infinie entre	<p>Expliciter des conditions aux limites à une interface.</p> <p>Établir les expressions des coefficients de</p>

deux fluides : coefficients de réflexion et de transmission en amplitude des vitesses, des surpressions et des puissances acoustiques surfaciques moyennes.	transmission et de réflexion. Associer l'adaptation des impédances au transfert maximum de puissance.
Réflexion d'une onde plane progressive harmonique entre deux demi-espaces d'indices complexes $\underline{n}_1$ et $\underline{n}_2$ sous incidence normale : coefficients de réflexion et de transmission du champ électrique. Cas d'une interface vide-plasma. Coefficients de réflexion et de transmission en puissance.  Cas d'une interface vide-conducteur ohmique de conductivité réelle constante.  Cas d'une interface vide-conducteur ohmique dans le domaine optique visible.  <b>Polarisation par réflexion vitreuse sous incidence oblique.</b>	Exploiter la continuité (admise) du champ électromagnétique dans cette configuration pour obtenir l'expression du coefficient de réflexion en fonction des indices complexes.  Distinguer les comportements dans le domaine de transparence et dans le domaine réactif du plasma.  Établir les expressions des coefficients de réflexion et transmission du champ pour un métal réel. Passer à la limite d'une épaisseur de peau nulle.  Identifier le comportement du métal dans ce domaine, avec celui d'un plasma localement neutre peu dense en-dessous de sa pulsation de plasma. Associer la forme du coefficient complexe de réflexion à l'absence de propagation d'énergie dans le métal en moyenne temporelle.  <b>Identifier l'incidence de Brewster et utiliser cette configuration pour repérer la direction absolue d'un polariseur.</b>

Le bloc 4 est consacré à une introduction à la physique du laser. Après une approche descriptive des milieux amplificateurs de lumière (4.1), une description de l'oscillateur optique que constitue le laser est effectuée (4.2) à partir de la mise en œuvre expérimentale d'un oscillateur électronique : il s'agit ici de transférer les idées abordées sur l'exemple de l'oscillateur à pont de Wien à la modélisation de l'objet optique en identifiant les points clés de l'analogie. Le bloc 4.3 est une introduction descriptive simplifiée à l'optique des faisceaux spatialement limités, dont l'un des objectifs est de pouvoir déterminer la puissance surfacique disponible, à partir de la prévision des dimensions de la tache de section minimale dans des configurations optiques élémentaires. On se limite au mode fondamental gaussien.

<b>4. Introduction à la physique du laser</b>	
<b>4.1. Milieu amplificateur de lumière</b>	
Absorption, émission stimulée, émission spontanée.  Coefficients d'Einstein.  Amplificateur d'ondes lumineuses.	Distinguer les propriétés d'un photon émis par émission spontanée ou stimulée.  Associer l'émission spontanée à la durée de vie d'un niveau excité. Utiliser les coefficients d'Einstein dans le seul cas d'un système à deux niveaux non dégénérés.  Justifier la nécessité d'une inversion de population.
<b>4.2. Obtention d'un oscillateur</b>	
<b>Mise en œuvre électronique d'un oscillateur</b>	<b>Identifier l'étage d'amplification.</b>

<p><b>sur l'exemple de l'oscillateur à pont de Wien.</b></p> <p>Milieu amplificateur à l'intérieur d'un résonateur optique : le laser.</p>	<p>Exprimer la condition de bouclage sur un filtre sélectif.  <b>Mettre en évidence le rôle des non-linéarités.</b></p> <p>Exprimer la condition d'oscillation.</p> <p>Associer la puissance émise à la limitation du gain par une non-linéarité.</p>
<p><b>4.3. Propriétés optiques d'un faisceau spatialement limité</b></p>	
<p><b>Approche descriptive :</b></p> <p>Rôle de la diffraction dans l'ouverture angulaire du faisceau à grande distance.</p> <p>Description simplifiée d'un faisceau de profil gaussien : longueur de Rayleigh <math>L_R</math>.</p> <p>Utilisation d'une lentille pour transformer un faisceau cylindrique en faisceau conique et réciproquement</p>	<p>Relier l'ouverture angulaire <math>\lambda/a</math> et le rayon minimal <math>a</math>.</p> <p>Utiliser l'expression fournie du profil radial d'intensité en fonction de la distance axiale. Construire l'allure d'un faisceau de profil gaussien à partir de l'enveloppe d'un faisceau cylindrique de rayon <math>a</math> et d'un faisceau conique centré sur l'orifice de sortie du laser, et de demi-ouverture angulaire <math>\lambda/a</math>.</p> <p>Exploiter la convergence angulaire du faisceau issue de l'optique géométrique, la loi du retour inverse, et le lien entre l'ouverture angulaire <math>\lambda/a</math> et le rayon minimal <math>a</math> pour obtenir la dimension et la position de la section minimale.</p> <p>Montrer que le rayon minimal est de l'ordre de <math>\lambda</math>.</p> <p>Utiliser un élargisseur de faisceau pour réduire l'ouverture angulaire.</p>

Les blocs précédents ont permis d'introduire les outils et concepts de base associés à la physique des ondes, particulièrement tant qu'elle est régie par des équations d'onde linéaires. S'il est un domaine où cette notion de linéarité joue un rôle central, c'est bien celui de la mécanique quantique. Le bloc 5 présente quelques unes des notions associées à une description ondulatoire de ce domaine. La démarche adoptée, volontairement limitée, est centrée sur les conséquences approfondies des notions introduites en première année que sont la dualité onde-corpuscule et l'inégalité de Heisenberg spatiale, les objectifs étant désormais quantitatifs. Il s'agit, sur des systèmes unidimensionnels et des situations physiques simplifiées d'envisager quelques conséquences qui découlent de cette description ondulatoire : l'effet tunnel et ses applications sont ainsi discutés comme aboutissement naturel des notions abordées dans ce bloc. Cette partie est ancrée dans le réel : on insistera sur le fait que les situations envisagées décrivent des systèmes physiques réels effectivement unidimensionnels ; d'autre part l'étude documentaire de la microscopie à effet tunnel montre qu'on peut accéder effectivement à la mesure d'une fonction d'onde.

Toute discussion autour de la mesure et de ses effets sur un système est exclue, de même que toute introduction au spin. L'accent est mis avant tout sur la mise en équation des situations physiques proposées à l'aide des outils de la physique des ondes, et la discussion graphique des résultats qui en découlent. Tout développement des calculs intermédiaires est donc naturellement proscrit et les expressions sur lesquelles s'appuient les discussions qualitatives doivent être fournies.

Le courant de probabilité est introduit dans un contexte restreint avec pour seul objectif d'exprimer le coefficient de transmission d'une barrière de potentiel.

<p><b>5. Approche ondulatoire de la mécanique quantique</b></p>	
<p><b>5.1. Amplitude de probabilité</b></p>	
<p>Fonction d'onde <math>\psi(x,t)</math> associée à une particule dans un problème unidimensionnel. Densité linéique de probabilité.</p> <p>Principe de superposition. Interférences.</p>	<p>Normaliser une fonction d'onde. Faire le lien qualitatif avec la notion d'orbitale en chimie.</p> <p>Relier la superposition de fonctions d'ondes à la description d'une expérience d'interférences entre particules.</p>
<p><b>5.2. Équation de Schrödinger pour une particule libre</b></p>	
<p>Équation de Schrödinger.</p> <p>États stationnaires.</p> <p>Paquet d'ondes associé à une particule libre. Relation <math>\Delta k_x \Delta x \geq 1/2</math></p> <p>Courant de probabilité associé à une particule libre.</p>	<p>Utiliser l'équation de Schrödinger fournie.</p> <p>Identifier les états stationnaires aux états d'énergie fixée. Établir et utiliser la relation : <math>\psi(x,t) = \varphi(x) \exp(-iEt/\hbar)</math> et l'associer à la relation de Planck-Einstein. Distinguer l'onde associée à un état stationnaire en mécanique quantique d'une onde stationnaire au sens usuel de la physique des ondes.</p> <p>Utiliser l'équation de Schrödinger pour la partie spatiale <math>\varphi(x)</math>. En exploitant l'expression classique de l'énergie de la particule libre, associer la relation de dispersion obtenue et la relation de de Broglie.</p> <p>Identifier vitesse de groupe et vitesse de la particule. Faire le lien avec l'inégalité de Heisenberg spatiale.</p> <p>Utiliser l'expression admise <math>\mathbf{J} =  \psi ^2 \frac{\hbar \mathbf{k}}{m}</math> et l'interpréter comme produit densité*vitesse.</p>
<p><b>5.3. Équation de Schrödinger dans un potentiel <math>V(x)</math> uniforme par morceaux</b></p>	
<p>Quantification de l'énergie dans un puits de potentiel rectangulaire de profondeur infinie.</p> <p>Énergie de confinement quantique.</p>	<p>Établir les expressions des énergies des états stationnaires. Faire l'analogie avec la recherche des pulsations propres d'une corde vibrante fixée en ses deux extrémités. Retrouver qualitativement l'énergie minimale à partir de l'inégalité de Heisenberg spatiale.</p> <p>Associer le confinement d'une particule</p>

	quantique à une augmentation de l'énergie cinétique.
Quantification de l'énergie des états liés dans un puits de profondeur finie. Élargissement effectif du puits par les ondes évanescentes.	Mettre en place les éléments du modèle : forme des fonctions d'onde dans les différents domaines. Utiliser les conditions aux limites admises : continuité de $\varphi$ et $d\varphi/dx$ . Associer la quantification de l'énergie au caractère lié de la particule. Mener une discussion graphique.  Interpréter qualitativement, à partir de l'inégalité de Heisenberg spatiale, l'abaissement des niveaux d'énergie par rapport au puits de profondeur infinie.
<b>5.4. Effet tunnel</b>	
Notions sur l'effet tunnel.  Coefficient de transmission associé à une particule libre incidente sur une barrière de potentiel.	Associer l'existence d'une probabilité de traverser une barrière de potentiel et l'existence de deux ondes évanescentes dans la zone classiquement interdite.  Exprimer le coefficient de transmission comme un rapport de courants de probabilités.  <b>Approche documentaire de la radioactivité alpha:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- utiliser une expression fournie du coefficient de transmission pour analyser des documents scientifiques ;</li> <li>- expliquer le rôle de l'effet tunnel dans la radioactivité alpha.</li> </ul> <b>Approche documentaire de la microscopie à effet tunnel :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- utiliser une expression fournie du coefficient de transmission pour analyser des documents scientifiques ;</li> <li>- expliquer la sensibilité à la distance de cette méthode d'observation des surfaces.</li> </ul>
<b>Approche descriptive :</b> Double puits symétrique.  Étude des deux premiers états stationnaires : symétrique et antisymétrique.  Évolution temporelle d'une superposition de ces deux états.	Exploiter les diagrammes d'énergie et faire le lien avec la chimie.  Sur l'exemple de la molécule d'ammoniac, utiliser le principe de superposition pour relier la fréquence des oscillations d'une particule initialement confinée dans un des puits à la différence des énergies.

## Appendice 1 : matériel

Cette liste complète celle donnée en appendice 1 du programme de physique de PCSI. Elle regroupe avec celle-ci le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice simplifiée fournie sous forme de version papier ou numérique. Une utilisation de matériel hors de ces listes lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue, mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une introduction guidée suffisamment détaillée.

### 1. Domaine optique

- Lames quart d'onde, lames demi-onde
- Réseau de coefficient de transmission sinusoïdal
- Interféromètre de Michelson

### 2. Domaine électrique

- Générateur de signaux Basse Fréquence avec fonction de commande externe de la fréquence par une tension

## Appendice 2 : outils mathématiques

Les outils mathématiques dont la maîtrise est nécessaire à la mise en œuvre du programme de physique PC sont d'une part ceux qui figurent dans l'appendice 2 du programme de PCSI et d'autre part ceux qui figurent dans la liste ci-dessous.

Le thème « analyse vectorielle » prolonge l'étude de l'outil « gradient » abordée en PCSI en introduisant de nouveaux opérateurs : seules leurs expressions en coordonnées cartésiennes sont exigibles. Toutes les autres formules utiles (expressions en coordonnées cylindriques ou sphériques, actions sur des produits, combinaisons d'opérateurs, etc.) doivent être fournies.

Le thème « analyse de Fourier » prolonge l'étude de l'outil « séries de Fourier » abordée en PCSI en admettant la décomposition d'une fonction non périodique du temps en une somme continue de fonctions sinusoïdales. De même qu'en PCSI où le calcul des coefficients d'un développement en série de Fourier est exclu, on ne cherche pas en PC à expliciter le poids relatif et les déphasages relatifs des différentes composantes de Fourier, de telle sorte que la transformée de Fourier n'est pas exigible. On insiste en revanche sur la relation liant en ordre de grandeur la largeur spectrale « utile » ( $\Delta\omega$  ou  $\Delta k_x$ ) et l'étendue caractéristique d'un signal non périodique ( $\Delta t$  ou  $\Delta x$ ).

Dans le thème « équations aux dérivées partielles », aucune méthode générale d'étude n'est exigible : on se limite à chercher des solutions d'une forme donnée par substitution, menant ainsi soit à des équations différentielles classiques, soit à une relation de dispersion.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Calcul différentiel</b>	
Fonctions de plusieurs variables à valeurs réelles. Dérivées partielles. Différentielle. Théorème de Schwarz.	Relier la différentielle et les dérivées partielles premières. Utiliser le théorème de Schwarz (admis).
Intégration de l'expression d'une dérivée partielle.	Intégrer une expression de la forme $\partial f/\partial x = g(x,y)$ à $y$ fixé en introduisant une fonction $\phi(y)$ inconnue comme « constante d'intégration ».

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2. Analyse vectorielle</b>	
a) gradient	Relier le gradient à la différentielle d'un champ scalaire à $t$ fixé. Exprimer les

b) divergence	composantes du gradient en coordonnées cartésiennes. Citer et utiliser le théorème d'Ostrogradski. Exprimer la divergence en coordonnées cartésiennes.
c) rotationnel	Citer et utiliser le théorème de Stokes. Exprimer le rotationnel en coordonnées cartésiennes.
d) opérateur <b>b.grad</b>	Exprimer la différentielle d'un champ de vecteurs à t fixé. Exprimer les composantes de <b>(b.grad)a</b> en coordonnées cartésiennes.
e) laplacien d'un champ scalaire	Définir $\Delta f = \text{div}(\text{grad } f)$ . Exprimer le laplacien en coordonnées cartésiennes.
f) laplacien d'un champ de vecteurs	Exprimer le laplacien d'un champ de vecteurs en coordonnées cartésiennes.
g) cas des champs proportionnels à $\exp(i\omega t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ ou $\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t)$	Exprimer l'action des opérateurs d'analyse vectorielle sur un tel champ à l'aide du vecteur $i\mathbf{k}$ .

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2. Analyse de Fourier</b>	
Synthèse spectrale d'une fonction périodique.	Utiliser un développement en série de Fourier fourni. Utiliser un raisonnement par superposition. Transposer l'analyse de Fourier du domaine temporel au domaine spatial.
Synthèse spectrale d'une fonction non périodique.	Utiliser un raisonnement par superposition. Transposer l'analyse de Fourier du domaine temporel au domaine spatial. Citer et utiliser la relation liant en ordre de grandeur la largeur spectrale « utile » ( $\Delta\omega$ ou $\Delta k_x$ ) et l'étendue caractéristique d'un signal non périodique ( $\Delta t$ ou $\Delta x$ ).

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Equations aux dérivées partielles</b>	
Exemples d'équations aux dérivées partielles : équation de Laplace, équation de diffusion, équation de d'Alembert, équation de Schrödinger.	Identifier une équation aux dérivées partielles connue. Transposer une solution familière dans un domaine de la physique à un autre domaine.  Obtenir des solutions de forme donnée par substitution.  Utiliser des conditions initiales et des conditions aux limites



### Appendice 3 : outils transversaux

La liste ci-dessous explicite un certain nombre d'outils transversaux dont la maîtrise est indispensable au physicien. Leur apprentissage progressif et contextualisé doit amener les étudiants au bout des deux années de CPGE à en faire usage spontanément quel que soit le contexte. S'agissant de l'analyse dimensionnelle, il convient d'éviter tout dogmatisme : en particulier la présentation de la dimension d'une grandeur par le biais de son unité dans le système international est autorisée. S'agissant de la recherche d'une expression par analyse dimensionnelle il ne s'agit en aucun cas d'en faire un exercice de style : en particulier le théorème Pi de Buckingham est hors programme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Analyse de pertinence</b>	
Homogénéité d'une expression.	Contrôler l'homogénéité d'une expression, notamment par référence à des expressions connues.
Caractère scalaire ou vectoriel des grandeurs physiques présentes dans une expression.	Contrôler la compatibilité d'une expression avec le caractère scalaire ou vectoriel des grandeurs mise en jeu.
Caractère infinitésimal ou non infinitésimal des grandeurs physiques présentes dans une expression.	Contrôler la compatibilité d'une expression avec le caractère infinitésimal ou non infinitésimal des grandeurs mise en jeu.
Sens de variation d'une expression par rapport à un paramètre.	Interpréter qualitativement et en faire un test de pertinence.
Limites d'une expression pour des valeurs nulles ou infinies des paramètres.	Tester les limites d'une expression. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence.
Nullité d'une expression.	Repérer l'annulation d'une expression pour une valeur particulière d'un paramètre. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence.
Divergence d'une expression.	Repérer la divergence d'une expression pour une valeur particulière d'un paramètre. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence. Proposer éventuellement des éléments non pris en compte dans le modèle susceptibles de brider la divergence (frottements, non linéarités, etc...).

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2. Calcul numérique</b>	
Calcul numérique d'une expression.	Calculer sans outil l'ordre de grandeur (puissance de dix) d'une expression simple. Afficher un résultat numérique avec un nombre de chiffres significatifs cohérent avec les données et une unité correcte dans le cas d'un résultat dimensionné. Commenter un résultat numérique (justification d'une approximation, comparaisons à des valeurs de référence bien choisies, etc.). En faire un test de pertinence.



Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Outils de communication</b>	
Tableaux de données numériques simples.	Transformer un tableau de données numériques en représentation graphique. Renseigner correctement les axes.
Exploitation d'une représentation graphique.	Repérer les comportements intéressants dans le contexte donné : monotonie, extrema, branches infinies, signes. Interpréter le caractère localement rectiligne selon qu'on travaille en échelles linéaire, semi-logarithmique ou log-log.
Schémas et figures.	Transposer un texte en une figure schématisant les éléments essentiels.  Élaborer une courte synthèse à partir de plusieurs éléments graphiques : tableaux, schémas, courbes...

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4. Analyse dimensionnelle</b>	
Dimension d'une expression.	Déterminer la dimension d'une expression, notamment par référence à des expressions connues.
Recherche d'une expression de type monôme par analyse dimensionnelle.	Déterminer les exposants d'une expression de type monôme $E=A^\alpha B^\beta C^\chi$ par analyse dimensionnelle.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>5. Analyse d'ordre de grandeur</b>	
Comparaison en ordre de grandeur des différents termes d'une équation différentielle ou d'une équation aux dérivées partielles.	À partir d'une mise en évidence des échelles pertinentes d'un problème, évaluer et comparer l'ordre de grandeur des différents termes d'une équation afin de la simplifier en conséquence.



# Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Physique et chimie (PC)**

Discipline : **Chimie**

**Seconde année**

# Programme de chimie de la voie PC

Le programme de chimie de la classe de PC s'inscrit dans la continuité du programme de PCSI. Ce programme est conçu pour amener tous les étudiants à poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, pour éveiller leur curiosité et leur permettre de se former tout au long de la vie.

L'objectif de l'enseignement de chimie est d'abord de développer des compétences propres à la pratique de la démarche scientifique :

- observer et s'approprier une problématique ;
- analyser et modéliser ;
- valider ;
- réaliser et créer.

Cette formation doit aussi développer d'autres compétences dans un cadre scientifique :

- communiquer, à l'écrit et à l'oral ;
- être autonome et faire preuve d'initiative.

Ces compétences sont construites à partir d'un socle de connaissances et de capacités défini par ce programme. Comme celui de première année, ce programme identifie, pour chacun des items, les connaissances scientifiques, mais aussi les savoir-faire, les capacités que les étudiants doivent maîtriser à l'issue de la formation. L'acquisition de ces capacités constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Observer, mesurer, confronter un modèle au réel nécessitent la pratique d'une démarche expérimentale. La formation expérimentale de l'étudiant revêt donc une importance essentielle, au même titre que sa formation théorique. En outre elle donne un sens aux concepts et aux lois introduites. En classe de PC, cette formation expérimentale est poursuivie ; elle s'appuie sur les capacités développées en première année, elle les affermit et les complète.

Comprendre, décrire, modéliser, prévoir, nécessitent aussi une solide formation théorique. Celle-là est largement complétée en classe de PC. Le professeur s'appuiera sur des exemples concrets afin de lui donner du sens. La diversité des domaines scientifiques abordés ne doit pas masquer à l'étudiant la transversalité des concepts et des méthodes utilisés, que le professeur veillera à souligner. Théorique et expérimentale, la formation de l'étudiant est multiforme et doit être abordée par des voies variées. Ainsi le professeur doit-il rechercher un point d'équilibre entre des approches apparemment distinctes, mais souvent complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

L'autonomie de l'étudiant et sa capacité à prendre des initiatives sont développées à travers la pratique d'activités de type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à des questionnements précis. Ces résolutions de problèmes peuvent aussi être de nature expérimentale ; la formation expérimentale vise non seulement à apprendre à l'étudiant à réaliser des mesures ou des expériences selon un protocole fixé, mais aussi à l'amener à proposer lui-même un protocole et à le mettre en œuvre. Cette capacité à proposer un protocole doit être résolument développée au cours de la formation expérimentale.

Dans ce programme comme dans celui de première année, il est proposé au professeur d'aborder certaines notions à partir de l'étude d'un document. L'objectif de cette « approche documentaire » est d'apprendre à l'étudiant à compléter ses connaissances et ses savoir-faire par l'exploitation de ressources et de documents scientifiques variés, ce qu'il aura inévitablement à pratiquer dans la suite de sa formation et de sa vie professionnelle.

La mise en œuvre de la démarche scientifique en physique-chimie fait souvent appel aux mathématiques, tant pour la formulation du modèle que pour en extraire des prédictions. Le professeur veillera à n'avoir recours à la technicité mathématique que lorsqu'elle s'avère indispensable, et à mettre l'accent sur la compréhension des phénomènes physiques et chimiques. Néanmoins l'étudiant doit savoir utiliser de façon autonome certains outils mathématiques (précisés dans l'appendice « outils mathématiques ») dans le cadre des activités relevant de la chimie.

Enfin, lorsqu'il en aura l'opportunité, le professeur familiarisera l'étudiant à recourir à une approche numérique, qui permet une modélisation plus fine et plus réaliste du réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est l'occasion pour l'étudiant d'exploiter ses capacités concernant l'ingénierie numérique et la simulation qu'il a acquises en première année en informatique et sciences du numérique. Dans ce domaine des démarches collaboratives sont recommandées.

Le programme de chimie de la classe de PC inclut celui de la classe de PCSI option PC, et son organisation est la même :

- Dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la « **démarche scientifique** » permet de développer pendant les deux années de formation à travers certaines de ses composantes : la démarche expérimentale, la résolution de problèmes et les approches documentaires. Ces compétences et les capacités associées continueront à être exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la deuxième année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.
- Dans la deuxième partie, intitulée « **formation expérimentale** », sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Elles complètent celles décrites dans la deuxième partie du programme de PCSI, qui restent exigibles, et devront être régulièrement exercées durant la classe de PC. Leur mise en œuvre à travers les activités expérimentales doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la partie « formation disciplinaire ».
- La troisième partie, intitulée « **formation disciplinaire** », décrit les connaissances et capacités associées aux contenus disciplinaires propres à la classe de PC. Comme dans le programme de première année, elles sont présentées en deux colonnes : la première colonne décrit les « notions et contenus » ; en regard, la seconde colonne précise les « capacités exigibles » associées dont l'acquisition par les étudiants doit être la priorité du professeur. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre. Certains items de cette partie, **identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une approche numérique ou d'une approche documentaire.
- Deux appendices listent le matériel et les outils mathématiques que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de chimie en fin de l'année de PC. Ils complètent le matériel et les outils mathématiques rencontrés en première année et dont la maîtrise reste nécessaire.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre en fin d'année pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. La formation de seconde année est divisée en deux semestres. Toutefois le professeur est ici libre de traiter le programme dans l'ordre qui lui semble le plus adapté à ses étudiants. Dans

le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- Il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment contribuer à la réflexion, la participation et l'autonomie des étudiants. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
- Il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées.
- Il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en physique-chimie doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, physique et informatique.

## Partie 1 - Démarche scientifique

### 1. Démarche expérimentale

La chimie est une science à la fois théorique et expérimentale. Ces deux parties de la démarche scientifique s'enrichissant mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de notre enseignement.

C'est la raison pour laquelle ce programme fait une très large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- Le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu de l'important volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences spécifiques décrites dans cette partie, de capacités dans le domaine de la mesure (réalisation, évaluation de la précision, analyse du résultat...) et des techniques associées. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie.

- Le second concerne l'identification, tout au long du programme dans la troisième partie (formation disciplinaire), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, ne répondent donc pas tout à fait aux mêmes objectifs :

- Les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la chimie.

- Les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, suscitée par une problématique clairement identifiée et, chaque fois que cela est possible, transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et de l'évaluation de sa précision, d'autonomie dans la mise en œuvre de protocoles simples associés à la mesure des grandeurs physiques les plus souvent mesurées.

La liste de matériel jointe en appendice de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Son

placement en appendice du programme, et non à l'intérieur de la partie dédiée à la formation expérimentale, est délibéré : il exclut l'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des compétences techniques associées.

### Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE) mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc.).

Compétence	Exemples de capacités associées
<b>S'approprier</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale</li> <li>- énoncer une problématique d'approche expérimentale</li> <li>- définir les objectifs correspondants</li> </ul>
<b>Analyser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- formuler et échanger des hypothèses</li> <li>- proposer une stratégie pour répondre à la problématique</li> <li>- proposer un modèle</li> <li>- choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental</li> <li>- évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations</li> </ul>
<b>Réaliser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- mettre en œuvre un protocole</li> <li>- utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « matériel », avec aide pour tout autre matériel</li> <li>- mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates</li> <li>- effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales</li> </ul>
<b>Valider</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes</li> <li>- confronter un modèle à des résultats expérimentaux</li> <li>- confirmer ou infirmer une hypothèse, une information</li> <li>- analyser les résultats de manière critique</li> <li>- proposer des améliorations de la démarche ou du modèle</li> </ul>
<b>Communiquer</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- à l'écrit comme à l'oral : <ul style="list-style-type: none"> <li>o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible</li> <li>o utiliser un vocabulaire scientifique adapté</li> <li>o s'appuyer sur des schémas, des graphes</li> </ul> </li> <li>- faire preuve d'écoute, confronter son point de vue</li> </ul>



<b>Être autonome, faire preuve d'initiative</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- travailler seul ou en équipe</li> <li>- solliciter une aide de manière pertinente</li> <li>- s'impliquer, prendre des décisions, anticiper</li> </ul>
---	--

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Dans ce cadre, on doit développer les capacités à définir la problématique du questionnement, à décrire les méthodes, en particulier expérimentales, utilisées pour y répondre, à présenter les résultats obtenus et l'exploitation, graphique ou numérique, qui en a été faite, et à analyser les réponses apportées au questionnement initial et leur qualité. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.

La compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative** » est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

## 2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.

La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problèmes. La résolution de problèmes mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

<b>Compétence</b>	<b>Exemples de capacités associées</b>
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ....
Établir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, ...).



	Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. .....
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle. ...
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, ...). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue ...
Communiquer.	Présenter la solution ou la rédiger, en en expliquant le raisonnement et les résultats. ...

### 3. Approches documentaires

En seconde année, comme en première année, le programme de physique-chimie prévoit un certain nombre **d'approches documentaires**, identifiées comme telles dans la colonne « capacités exigibles » de la partie « formation disciplinaire ».

L'objectif de ces activités reste le même puisqu'il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver en utilisant des documents variés (texte, schéma, graphe, vidéo, photo,...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (construction du savoir scientifique, histoire des sciences, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux...) dans les domaines de la physique et de la chimie des XX<sup>ème</sup> et XXI<sup>ème</sup> siècles et de leurs applications ;
- de mobiliser et de développer des compétences liées à la recherche, à l'extraction, à l'organisation, à l'analyse et à la synthèse de l'information recueillie ou fournie, compétences essentielles pour les futurs ingénieurs et chercheurs scientifiques. Ces compétences et des exemples de capacités associées sont présentés dans le tableau ci-dessous. Elles peuvent servir de support pour la formation et l'évaluation des étudiants.

À l'issue de l'activité documentaire, une synthèse finale est indispensable pour bien identifier les nouvelles connaissances, les nouveaux modèles et les éléments de culture générale que les étudiants doivent s'approprier.

Compétence	Exemples de capacités associées
<b>S'approprier</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Dégager la problématique principale</li> <li>- Acquérir de nouvelles connaissances en autonomie</li> <li>- Identifier la complémentarité d'informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau,...)</li> </ul>
<b>Analyser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifier les idées essentielles et leurs articulations</li> <li>- Relier qualitativement ou quantitativement différents éléments du ou des documents</li> <li>- Identifier une tendance, une corrélation, une grandeur d'influence</li> <li>- Conduire un raisonnement scientifique qualitatif ou quantitatif.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- S'appuyer sur ses connaissances et savoir-faire et sur les documents proposés pour enrichir l'analyse</li> </ul>
<b>Réaliser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Extraire une information d'un texte, d'un graphe, d'un tableau</li> <li>- Trier et organiser des données, des informations</li> <li>- Tracer un graphe à partir de données</li> <li>- Schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure,...</li> <li>- Décrire un phénomène à travers la lecture d'un graphe, d'un tableau,...</li> <li>- Conduire une analyse dimensionnelle</li> <li>- Utiliser un modèle décrit</li> </ul>
<b>Valider</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Faire preuve d'esprit critique</li> <li>- Confronter le contenu du document avec ses connaissances et savoir-faire</li> <li>- Repérer les points faibles d'une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude,...)</li> <li>- Estimer des ordres de grandeur et procéder à des tests de vraisemblance</li> </ul>
<b>Communiquer</b> à l'écrit comme à l'oral	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Rédiger/présenter une synthèse, une analyse, une argumentation,... (clarté, justesse, pertinence, exhaustivité, logique)</li> <li>- Résumer un paragraphe sous la forme d'un texte, d'un schéma, d'une carte mentale</li> <li>- Illustrer son propos par des schémas, des graphes, des développements mathématiques</li> </ul>

## Partie 2 - Formation expérimentale

Cette partie, spécifiquement dédiée à la formation lors des séances de travaux pratiques, présente l'ensemble des capacités expérimentales nouvelles que les élèves doivent acquérir au cours de l'année de PC. Elle vient prolonger la partie « formation expérimentale » du programme de PCSI ; les capacités décrites dans le programme de PCSI doivent toutes être acquises à l'issue des deux années de préparation, elles restent donc au programme de seconde année de PC et sont remobilisées si nécessaire.

Les capacités rassemblées ici ne constituent en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion de l'étude d'un problème concret.

### Prévention des risques au laboratoire

Les élèves doivent prendre conscience du risque lié à la manipulation et au rejet des produits chimiques. L'apprentissage et le respect des règles de sécurité chimique, électrique et optique leur permettent de prévenir et de minimiser ce risque. Futurs ingénieurs, chercheurs, enseignants, ils doivent être sensibilisés au respect de la législation et à l'impact de leur activité sur l'environnement.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Prévention des risques</b>  <b>- chimique</b> Règles de sécurité au laboratoire. Pictogrammes de sécurité pour les produits	Adopter une attitude adaptée au travail en laboratoire. Relever les indications sur le risque associé au prélèvement et au mélange des produits chimiques.

chimiques. Phrases H et P. - <b>électrique</b>	Développer une attitude autonome dans la prévention des risques. Adopter une attitude responsable lors de l'utilisation d'appareils électriques.
<b>2. Impact environnemental</b> Traitement et rejet des espèces chimiques.	Adapter le mode d'élimination d'une espèce chimique ou d'un mélange en fonction des informations recueillies sur la toxicité ou les risques. Sélectionner, parmi plusieurs modes opératoires, celui qui minimise les impacts environnementaux.

## Mesures de grandeurs physiques

Notions et contenus	Capacités exigibles
Mesures de : - Volume  - Masse  - pH  - Conductance et conductivité  - Tension  - Intensité du courant électrique  - Température  - Pouvoir rotatoire  - Indice de réfraction  - Absorbance	Sélectionner et utiliser le matériel adapté à la précision requise.  Préparer une solution aqueuse de concentration donnée à partir d'un solide, d'un liquide, d'une solution de concentration molaire connue ou d'une solution de titre massique et de densité connus.  Utiliser les méthodes et le matériel adéquats pour transférer l'intégralité du solide ou du liquide pesé.  Distinguer les instruments de verrerie In et Ex.  Utiliser les appareils de mesure (masse, pH, conductance, tension, intensité, température, indice de réfraction, absorbance, pouvoir rotatoire) en s'aidant d'une notice.  Mettre en œuvre des mesures calorimétriques à pression constante.  Choisir les électrodes adaptées à une mesure électrochimique.  Construire un dispositif électrochimique à partir de sa représentation symbolique.  Étalonner une chaîne de mesure si nécessaire.

## Utilisation de l'outil informatique

L'outil informatique sera utilisé :

- dans le domaine de la simulation : pour interpréter et anticiper des résultats ou des phénomènes, chimiques, pour comparer des résultats obtenus expérimentalement à ceux fournis par un modèle et pour visualiser des modèles de description de la matière. Les domaines d'activité qui se prêtent particulièrement à la simulation sont : les titrages en solution aqueuse, la cinétique chimique, la cristallographie, la modélisation moléculaire, l'approche orbitale. Cette liste n'est bien entendu pas exhaustive et l'usage de toutes les animations numériques qui facilitent l'apprentissage est recommandé ;

- pour l'acquisition de données, en utilisant un appareil de mesure interfacé avec l'ordinateur ;
- pour la saisie et le traitement de données à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel dédié.

## Partie 3 - Formation disciplinaire

La formation disciplinaire de deuxième année PC complète celle effectuée en PCSI à la fois en chimie sur l'architecture et la transformation de la matière et en physique sur la thermodynamique et la mécanique quantique. Cette formation aborde des domaines nouveaux que sont la thermodynamique des transformations des systèmes physico-chimiques, les aspects cinétiques des réactions électrochimiques, la modélisation quantique de la structure et de la réactivité des entités chimiques. Par ailleurs, elle complète l'apport de connaissances et le développement de compétences en stratégie de synthèse en chimie organique.

Tout au long des deux années, la formation disciplinaire en chimie s'inscrit dans une vision rénovée de son enseignement, privilégiant la capacité de l'élève à raisonner, à prévoir et à transposer ses connaissances dans des situations nouvelles ou sur des composés proches de ceux étudiés, plutôt que sa capacité à réciter, à reproduire. Ainsi les programmes des deux années sont structurés autour des outils du raisonnement que sont les théories et les modèles de comportement macroscopique ou microscopique et non pas autour d'une présentation encyclopédique, systématique, des composés et des réactions associées (acides, bases, complexes, précipités, alcènes, alcools, ...). Il s'agit bien de changer l'image parfois véhiculée de la chimie, d'une discipline où l'apprentissage par cœur serait le moteur de la réussite, et de montrer qu'elle est une science où la dialectique entre savoirs et méthodes permet d'aborder des situations nouvelles, de construire de nouvelles connaissances.

Ainsi formés en chimie, futurs ingénieurs ou chercheurs scientifiques pourront accompagner l'innovation, moteur de la croissance de demain, que ce soit dans le cadre de la recherche et du développement mais aussi de la production au stade industriel.

L'ordre de présentation des contenus, tel que présenté ci-dessous, n'est pas nécessairement celui qui doit être adopté par le professeur ; celui-ci dispose de toute liberté pour effectuer des choix et établir sa propre progression annuelle dont le seul objectif reste de permettre l'acquisition par tous les élèves de l'ensemble des capacités exigibles. Un travail en collaboration avec le professeur de physique est vivement recommandé afin de favoriser les apprentissages sur les domaines communs étudiés dans les deux disciplines.

1. Mélanges et transformations : aspects thermodynamiques
  - 1.1 Changements d'état isobares de mélanges binaires
  - 1.2 Transformations physico-chimiques
2. Énergie chimique et énergie électrique : conversion et stockage
  - 2.1 Thermodynamique des réactions d'oxydoréduction
  - 2.2 Cinétique des réactions d'oxydoréduction
3. Atomes, molécules, complexes : modélisation quantique et réactivité
  - 3.1 Orbitales atomiques
  - 3.2 Orbitales moléculaires et réactivité
  - 3.3 Orbitales moléculaires et structure des complexes
  - 3.4 Activité catalytique des complexes ; cycles catalytiques
4. Molécules et matériaux organiques : stratégie de synthèse et applications
  - 4.1 Conversion de groupes caractéristiques
  - 4.2 Création de liaison CC
  - 4.3 Matériaux organiques polymères

## 1. MELANGES ET TRANSFORMATIONS : ASPECTS THERMODYNAMIQUES

Au laboratoire, comme dans l'industrie, les chimistes sont amenés à élaborer des composés à partir de matières premières ou à séparer les espèces contenues dans un mélange réactionnel ou dans des substances naturelles. Dans les deux cas, l'innovation comme l'optimisation des techniques et des procédés s'appuient notamment sur des fondements thermodynamiques. Par exemple, le raffinage du pétrole brut consiste en une succession de distillations et de transformations nécessaires à l'élimination de constituants indésirables et à l'obtention en particulier de carburants plus performants ; l'exploitation de la biomasse met aussi en œuvre des extractions et des transformations.

La thermodynamique permet en effet de prévoir si la transformation envisagée est possible ou non et de trouver d'éventuelles pistes d'amélioration du rendement. Elle permet aussi d'appréhender les propriétés physico-chimiques des mélanges et d'envisager une voie d'accès aux corps purs. Elle contribue ainsi à l'obtention de matériaux de plus en plus complexes et répondant à des cahiers des charges de plus en plus exigeants.

Les objectifs de cette partie sont les suivants :

- l'exploitation des diagrammes isobares de mélanges binaires construits à partir des courbes d'analyse thermique ;
- l'application des deux principes de la thermodynamique à la transformation physico-chimique.

La première partie s'intéresse aux changements d'état de mélanges binaires. Les diagrammes isobares sont construits à partir des courbes d'analyse thermique. Ils sont utilisés pour interpréter les techniques de séparation liquide-liquide que sont les distillations mises en œuvre dans l'approche expérimentale et pour comprendre le comportement de mélanges de solides, en particulier des alliages. Ces diagrammes sont l'occasion également de réinvestir les notions étudiées sur les changements d'état du corps pur et de se familiariser avec la notion de degrés de liberté d'un système ; le calcul de la variance par le théorème de Gibbs est hors programme.

La deuxième partie porte sur les transformations physico-chimiques. L'étude des transferts thermiques, abordée en première année dans le cadre du cours de physique relatif à la transformation du corps pur, est ici généralisée au cas des transformations physico-chimiques. Par ailleurs, le critère d'évolution d'un système, utilisé dès la première année, est ici démontré par application du second principe de la thermodynamique.

Les notions et contenus abordés sont illustrés par des exemples choisis en particulier dans le domaine industriel dans lequel les optimisations de procédés font appel, entre autres, à des concepts thermodynamiques.

Les transformations physico-chimiques envisagées sont des transformations isobares.

Pour le calcul des grandeurs standard de réaction, les enthalpies et entropies standard de réaction sont supposées indépendantes de la température.

On adopte pour les potentiels chimiques une expression générale :  $\mu_i(T,p,composition) = \mu_i^{ref}(T,p) + RT \ln(a_i)$  qui fait référence aux expressions des activités  $a_i$  introduites en première année. L'établissement de cette expression est strictement hors programme. L'influence de la pression sur le potentiel chimique d'un constituant en phase condensée pure est uniquement étudiée dans le cadre d'une approche documentaire sur la pression osmotique.

L'étude de l'influence de la modification d'un paramètre (pression, température ou composition) sur un système physico-chimique permet d'aborder l'optimisation des conditions opératoires d'une synthèse. Il n'est pas attendu de discussions sur le déplacement de l'équilibre chimique, ce qui exclut de fait tout calcul différentiel de l'affinité ( $d\mathcal{A}$ ).

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui

pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- faire preuve de rigueur dans la définition et la description d'un système physico-chimique ;
- modéliser un système réel ;
- distinguer modélisation d'une transformation (écriture de l'équation de réaction) et description quantitative de l'évolution d'un système prenant en compte les conditions expérimentales choisies pour réaliser la transformation ;
- établir un bilan thermique ;
- confronter des grandeurs calculées ou tabulées à des mesures expérimentales ;
- pratiquer un raisonnement qualitatif ou quantitatif à partir de représentations graphiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p><b>1.1 Changements d'état isobares de mélanges binaires</b></p> <p>Diagrammes isobares d'équilibre liquide-vapeur :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- avec miscibilité totale à l'état liquide</li> <li>- avec miscibilité nulle à l'état liquide</li> <li>- avec miscibilité partielle à l'état liquide.</li> </ul> <p>Diagrammes isobares d'équilibre solide-liquide :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- avec miscibilité totale à l'état solide,</li> <li>- avec miscibilité nulle à l'état solide, avec ou sans composé défini à fusion congruente</li> <li>- avec miscibilité partielle à l'état solide.</li> </ul> <p>Théorème des moments chimiques.</p> <p>Variance : nombre de degrés de liberté d'un système à l'équilibre.</p>	<p><b>Mettre en œuvre une distillation fractionnée à la pression atmosphérique et une hydrodistillation ou une distillation hétéroazéotrope.</b></p> <p>Construire un diagramme isobare d'équilibre entre deux phases d'un mélange binaire à partir d'informations relatives aux courbes d'analyses thermiques.</p> <p>Décrire les caractéristiques des mélanges homoazéotropes, hétéroazéotropes, indifférents, eutectiques et des composés définis.</p> <p>Dénombrer les degrés de liberté d'un système à l'équilibre et interpréter le résultat. Exploiter les diagrammes isobares d'équilibre entre deux phases pour, à composition en fraction molaire ou massique donnée :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- tracer l'allure de la courbe d'analyse thermique en indiquant le nombre de degrés de liberté du système sur chaque partie de la courbe ;</li> <li>- déterminer les températures de début et de fin de changement d'état ;</li> <li>- donner la composition des phases en présence à une température T fixée ainsi que les quantités de matière ou les masses dans chaque phase.</li> </ul> <p>Interpréter une distillation simple, une distillation fractionnée, une distillation hétéroazéotrope à l'aide des diagrammes isobares d'équilibre liquide-vapeur.</p>
<p><b>1.2 Transformations physico-chimiques</b></p>	
<p><b>Application du premier principe</b></p> <p>État standard. Enthalpie standard de réaction.</p>	<p><b>Déterminer une enthalpie standard de réaction à température ambiante.</b></p> <p>Déterminer une enthalpie standard de</p>



Notions et contenus	Capacités exigibles
<p>Loi de Hess. Enthalpie standard de formation, état standard de référence d'un élément. Enthalpie standard de dissociation de liaison.</p> <p>Effets thermiques en réacteur monobare : - transfert thermique causé par la transformation chimique en réacteur isobare isotherme (relation <math>\Delta H = Q_p = \xi \Delta_r H^\circ</math>) ; - variation de température en réacteur adiabatique monobare.</p>	<p>réaction à l'aide de données thermodynamiques ou de la loi de Hess.</p> <p>Prévoir le sens du transfert thermique entre un système en transformation chimique et le milieu extérieur à partir de données thermodynamiques.</p> <p>Évaluer la température atteinte par un système siège d'une transformation physico-chimique supposée isobare et réalisée dans un réacteur adiabatique.</p>
<p><b>Application du deuxième principe</b></p> <p>Identités thermodynamiques ; potentiel chimique. Enthalpie libre.</p> <p>Expression du potentiel chimique dans des cas modèles de :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- gaz parfaits ;</li> <li>- constituants condensés en mélange idéal ;</li> <li>- solutés infiniment dilués.</li> </ul> <p>Affinité chimique.</p> <p>Entropie molaire standard absolue. Entropie de réaction, enthalpie libre de réaction, grandeurs standard associées.</p> <p>Relation entre l'affinité chimique, <math>\Delta_r G^\circ</math> et <math>Q_r</math>.</p> <p>L'équilibre physico-chimique. Constante thermodynamique d'équilibre ; relation de Van't Hoff. Relation entre l'affinité chimique, <math>K^\circ</math> et <math>Q_r</math>.</p> <p>Variance : nombre de degrés de liberté d'un système à l'équilibre.</p> <p>Optimisation d'un procédé chimique :</p>	<p>Écrire les identités thermodynamiques pour les fonctions U, H et G. Distinguer et justifier les caractères intensif ou extensif des variables utilisées.</p> <p>Exprimer l'enthalpie libre d'un système chimique en fonction des potentiels chimiques. Déterminer une variation d'enthalpie libre, d'enthalpie et d'entropie entre deux états du système chimique.</p> <p><b>Approche documentaire :</b> à partir de documents sur la pression osmotique, discuter de l'influence de la pression sur le potentiel chimique et des applications de cette propriété au laboratoire, en industrie ou dans le vivant.</p> <p>Relier affinité chimique et création d'entropie lors d'une transformation d'un système physico-chimique. Prévoir le sens d'évolution d'un système chimique dans un état donné à l'aide de l'affinité chimique.</p> <p>Justifier ou prévoir le signe de l'entropie standard de réaction. Déterminer une grandeur standard de réaction à l'aide de données thermodynamiques ou de la loi de Hess. Déterminer la valeur de la constante thermodynamique d'équilibre à une température quelconque.</p> <p>Reconnaître si une variable intensive est ou non un facteur d'équilibre. Dénombrer les degrés de liberté d'un système à l'équilibre et interpréter le résultat.</p> <p>Déterminer la composition chimique du</p>



Notions et contenus	Capacités exigibles
<ul style="list-style-type: none"> <li>- par modification de la valeur de <math>K^{\circ}</math>;</li> <li>- par modification de la valeur du quotient réactionnel.</li> </ul>	<p>système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une ou plusieurs réactions chimiques.</p> <p>Identifier les paramètres d'influence et déterminer leur sens d'évolution pour optimiser une synthèse ou minimiser la formation d'un produit secondaire indésirable.</p>

## 2. ÉNERGIE CHIMIQUE ET ENERGIE ELECTRIQUE : CONVERSION ET STOCKAGE

Enjeux économiques et sociétaux de première importance, la maîtrise des énergies et la limitation des pollutions concernent tout particulièrement le chimiste et s'appuient, entre autres, sur des techniques et des technologies faisant appel à l'électrochimie. On peut citer la mise au point de capteurs électrochimiques (analyse d'eaux ou d'effluents industriels), de traitements dépolluants (procédés d'oxydation avancée ou de réductions catalytiques), d'électrodéposition (traitements de surface améliorant la durée de vie), d'électrosynthèse (préparations ou purifications électrolytiques contrôlées), la conception ou l'amélioration des batteries (automobiles, appareils électriques portatifs, etc.), les recherches sur les biopiles (enzymatiques ou microbiennes), la lutte contre la corrosion.

Cette partie du programme vient en prolongement des acquis de première année concernant les réactions d'oxydoréduction et des acquis de deuxième année en thermodynamique des transformations physico-chimiques.

Les objectifs sont les suivants :

- compléter l'ensemble des outils de la thermodynamique de la réaction d'oxydoréduction en solution aqueuse ;
- aborder la cinétique des processus électrochimiques en solution aqueuse.

Les notions de thermodynamique sont appliquées au cas de systèmes physico-chimiques sièges de réactions d'oxydoréduction et au fonctionnement de piles électrochimiques. L'étude cinétique des réactions électrochimiques se démarque de la cinétique chimique étudiée en première année par la méthode expérimentale mise en œuvre et la modélisation des phénomènes.

L'utilisation des courbes courant-potentiel permet une description précise du fonctionnement des dispositifs électrochimiques mettant en jeu les conversions énergie chimique-énergie électrique, qu'ils soient sièges de réactions d'oxydoréduction spontanées (piles électrochimiques, piles à combustible) ou forcées (électrolyseurs, accumulateurs). L'approche, volontairement qualitative, ne requiert aucun formalisme physique ou mathématique. Les caractéristiques générales des courbes courant-potentiel sont présentées sur différents exemples afin que les étudiants soient capables de proposer l'allure qualitative de ces courbes à partir d'un ensemble de données cinétiques et thermodynamiques fournies.

Dans ce cadre, l'approche expérimentale peut aller du tracé de courbes courant-potentiel à l'exploitation de courbes fournies pour mettre en œuvre et analyser un protocole ou le fonctionnement d'un dispositif électrochimique.

Le réinvestissement de ces notions et capacités liées à la thermodynamique et la cinétique des phénomènes d'oxydoréduction permet d'appréhender les phénomènes de corrosion humide par le biais d'une approche documentaire.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences générales qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- faire preuve de rigueur dans la définition et la description du système physico-chimique étudié ;
- élaborer qualitativement des outils graphiques à partir d'un ensemble de données ;
- pratiquer un raisonnement par analogie pour décrire le fonctionnement d'un dispositif électrochimique ;
- pratiquer un raisonnement qualitatif ou quantitatif à partir de représentations graphiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2.1 Thermodynamique des réactions d'oxydoréduction</b>	
<p>Relation entre affinité chimique d'une réaction et potentiels de Nernst des couples mis en jeu.</p> <p>Relation entre enthalpie libre standard de réaction et potentiels standard des couples impliqués.</p> <p>Approche thermodynamique du fonctionnement d'une pile électrochimique.</p> <p>Irréversibilité et travail électrique maximum récupérable.</p>	<p><b>Déterminer des grandeurs standard de réaction par l'étude de piles.</b></p> <p>Énoncer la relation entre l'affinité chimique d'une réaction et les potentiels de Nernst des couples mis en jeu.</p> <p>Déterminer l'enthalpie libre standard d'une réaction d'oxydoréduction à partir des potentiels standard des couples. Déterminer la valeur du potentiel standard d'un couple d'oxydoréduction à partir de données thermodynamiques (constantes d'équilibre, potentiels standard).</p> <p>Relier tension à vide d'une pile et enthalpie libre de réaction.</p> <p>Établir l'inégalité reliant la variation d'enthalpie libre et le travail électrique. Décrire et justifier le fonctionnement d'une pile électrochimique.</p>
<b>2.2 Cinétique des réactions d'oxydoréduction</b>	
<p>Courbes courant-potentiel sur une électrode :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- systèmes rapides et systèmes lents,</li> <li>- surtension,</li> <li>- nature de l'électrode,</li> <li>- courant limite de diffusion,</li> <li>- vagues successives,</li> <li>- domaine d'inertie électrochimique du solvant.</li> </ul>	<p><b>Mettre en œuvre un protocole expérimental de tracé ou d'utilisation de courbes courant-potentiel.</b></p> <p>Relier vitesse de réaction électrochimique et intensité du courant.</p> <p>Reconnaître le caractère lent ou rapide d'un système à partir de courbes courant-potentiel.</p>
	<p>Identifier les espèces électroactives pouvant donner lieu à une limitation en courant par diffusion.</p> <p>Relier qualitativement, ou quantitativement à partir des courbes courant-potentiel, l'intensité du courant limite de diffusion à la concentration du réactif, au nombre d'électrons échangés et à la surface immergée de l'électrode.</p>

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p>Utilisation des courbes courant-potentiel.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Transformations spontanées <ul style="list-style-type: none"> <li>- notion de potentiel mixte</li> <li>- fonctionnement d'une pile électrochimique</li> </ul> </li> <li>- Transformations forcées <ul style="list-style-type: none"> <li>- électrolyseurs</li> <li>- accumulateurs</li> </ul> </li> </ul>	<p>Tracer l'allure de courbes courant-potentiel à partir de données de potentiels standard, concentrations et surtensions « seuil ».</p> <p>Identifier les paramètres d'influence du domaine d'inertie électrochimique du solvant.</p> <p>Positionner un potentiel mixte sur un tracé de courbes courant-potentiel.</p> <p>Identifier piles, accumulateurs et électrolyseurs comme dispositifs mettant en jeu des conversions entre énergie chimique et énergie électrique.</p> <p>Utiliser les courbes courant-potentiel pour rendre compte du fonctionnement d'une pile électrochimique et prévoir la valeur de la tension à vide.</p> <p>Utiliser les courbes courant-potentiel pour rendre compte du fonctionnement d'un dispositif siège d'une électrolyse et prévoir la valeur de la tension de seuil.</p> <p>Utiliser les courbes courant-potentiel pour justifier les contraintes dans la recharge d'un accumulateur.</p> <p>Citer les paramètres influençant la résistance interne du dispositif électrochimique.</p> <p>Utiliser les courbes courant-potentiel pour justifier la nécessité :  - de purifier une solution électrolytique avant l'électrolyse,  - de choisir les électrodes permettant de réaliser l'électrolyse voulue.</p> <p>Déterminer un rendement faradique à partir d'informations fournies concernant le dispositif étudié.</p> <p>Évaluer la masse de produit formé pour une durée et des conditions données d'électrolyse.</p> <p><b>Approche documentaire :</b> à partir de documents relatifs à la corrosion humide, identifier et analyser les facteurs d'influence et les méthodes de protection.</p>

### 3. ATOMES, MOLECULES, COMPLEXES : MODELISATION QUANTIQUE ET REACTIVITE

La catalyse par les complexes des métaux de transition trouve de très nombreuses applications comme par exemple la réaction de Heck en chimie fine, la carbonylation du méthanol en chimie industrielle, les processus de respiration et de photosynthèse en chimie du vivant. Elle s'inscrit dans la démarche de la chimie verte et permet des synthèses dans des conditions douces. La compréhension de ces systèmes catalytiques nécessite l'analyse détaillée de la structure électronique des complexes par l'utilisation des orbitales atomiques et moléculaires.

Ces nouveaux modèles de description de la matière à l'échelle microscopique complètent l'étude de la classification périodique et la description des entités moléculaires abordées en première année. Par ailleurs, ils permettent d'interpréter la réactivité en chimie organique dans le cadre de l'approximation des orbitales frontalières.

Les objectifs de cette partie sont les suivants :

- la construction de diagrammes d'orbitales moléculaires ou leur interprétation en vue de la prévision de la réactivité d'une entité chimique (molécule, ion ou radical) ;
- l'exploitation de diagrammes d'orbitales moléculaires de complexes de métaux de transition dans le but d'interpréter les propriétés des liaisons dans ce type d'édifices et l'utilisation de ces complexes comme catalyseurs ou éléments structurants.

Les approximations usuelles de la théorie des orbitales atomiques et moléculaires seront présentées afin de mettre l'accent sur les limitations des modèles adoptés. La notion de fonction d'onde sera abordée sans qu'aucune formulation mathématique ne soit exigible.

La construction des diagrammes d'orbitales moléculaires est limitée aux cas des molécules  $A_2$  ou  $AB$ , sans mélange d'orbitales  $s$  et  $p$ . En revanche, des diagrammes d'orbitales moléculaires avec mélanges d'orbitales atomiques sur un même centre peuvent être fournis, l'étudiant devant alors les interpréter : remplissage des niveaux, identification des orbitales frontalières HO et BV, analyse du caractère liant, antiliant ou non liant d'une orbitale moléculaire. De même, la construction des diagrammes d'orbitales moléculaires de systèmes plus complexes est hors programme ; l'étudiant interprète ces diagrammes à partir des propriétés de deux fragments en interaction dont les orbitales sont fournies.

Les orbitales moléculaires des complexes à symétrie octaédrique sont interprétées de la même manière.

Dans le but de disposer de modèles simples applicables en chimie organique, l'approximation des orbitales frontalières permet de prévoir la réactivité électrophile ou nucléophile des espèces mises en jeu : ces orbitales peuvent être obtenues grâce à des logiciels ou à partir de bases de données, les unités d'énergie utilisables étant l'eV ou le  $\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$ .

Les complexes organométalliques (notion étendue aux complexes à ligands organiques sans présence de liaison métal-carbone) sont utilisés comme catalyseurs : aucun cycle catalytique n'est exigible, mais les étapes élémentaires d'un cycle fourni doivent être reconnues par l'étudiant, les notions de cinétique de première année pouvant être réinvesties à cette occasion. Le formalisme de Green est hors-programme.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences générales qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- utiliser la classification périodique des éléments pour déterminer, justifier ou comparer des propriétés physico-chimiques ;
- utiliser différentes représentations schématiques ou symbolique d'une entité ;
- comparer les apports et limites des différents modèles de description des entités chimiques ;

- relier structure et propriétés microscopiques aux grandeurs et comportements macroscopiques à l'aide de différents modèles ;
- pratiquer un raisonnement qualitatif à partir de représentations graphiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3.1 Orbitales atomiques</b>	
<p>Fonctions d'onde de l'atome d'hydrogène.</p> <p>Énergie et rayon associés à une orbitale atomique.</p> <p>Représentation graphique conventionnelle d'une orbitale atomique.</p> <p>Orbitales des atomes polyélectroniques ; énergie associée à une orbitale, dégénérescence des niveaux d'énergie.</p> <p>Notion qualitative de charge effective.</p>	<p>Interpréter <math> \psi ^2</math> comme la densité de probabilité de présence d'un électron en un point et le relier à la densité de charge.</p> <p>Prévoir qualitativement, pour l'atome d'hydrogène et les ions hydrogénoïdes, l'évolution du rayon et de l'énergie associés à une orbitale atomique en fonction du nombre quantique principal.</p> <p>Identifier la phase de la fonction d'onde.</p> <p>Dessiner l'allure des orbitales atomiques s, p et d.</p> <p>Établir la configuration électronique d'un atome ou d'un ion dans son état fondamental.</p> <p>Relier l'évolution du rayon associé à une orbitale atomique à la charge effective.</p> <p>Relier l'évolution de l'énergie associée à une orbitale atomique à l'électronégativité.</p> <p>Relier le rayon associé aux orbitales de valence d'un atome à sa polarisabilité.</p>
<b>3.2 Orbitales moléculaires et réactivité</b>	
<p>Méthode de Combinaison Linéaire des Orbitales Atomiques.</p> <p>Interaction de deux orbitales atomiques sur deux centres :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- recouvrement ;</li> <li>- orbitales liante, antiliante, non liante ;</li> <li>- énergie d'une orbitale moléculaire ;</li> <li>- orbitale <math>\sigma</math>, orbitale <math>\pi</math> ;</li> <li>- représentation conventionnelle d'une orbitale moléculaire par schématisation graphique de la combinaison linéaire des orbitales atomiques.</li> </ul>	<p>Identifier les conditions d'interaction de deux orbitales atomiques : recouvrement et critère énergétique.</p> <p>Construire des orbitales moléculaires de molécules diatomiques par interaction d'orbitales atomiques du même type (s-s, p-p).</p> <p>Reconnaître le caractère liant, antiliant, non liant d'une orbitale moléculaire à partir de sa représentation conventionnelle ou d'une surface d'iso-densité.</p> <p>Identifier la symétrie <math>\sigma</math> ou <math>\pi</math> d'une orbitale moléculaire à partir de sa représentation conventionnelle ou d'une surface d'iso-densité.</p> <p>Proposer une représentation conventionnelle d'une orbitale moléculaire tenant compte d'une éventuelle dissymétrie du système. Justifier la dissymétrie d'une orbitale moléculaire obtenue par interaction</p>

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p>Interaction d'orbitales de fragments</p> <p>Diagramme d'orbitales moléculaires : occupation, orbitales frontalières haute occupée et basse vacante, cas des entités radicalaires.</p> <p>Ordre de liaison dans les molécules diatomiques.</p> <p>Prévision de la réactivité : approximation des orbitales frontalières.</p>	<p>d'orbitales atomiques centrées sur des atomes d'éléments différents.</p> <p>Prévoir l'ordre énergétique des orbitales moléculaires et établir qualitativement un diagramme énergétique d'orbitales d'une molécule diatomique.</p> <p>Justifier l'existence d'interactions entre orbitales de fragment en termes de recouvrement ou d'écart d'énergie.</p> <p>Décrire l'occupation des niveaux d'un diagramme d'orbitales moléculaires. Identifier les orbitales frontalières à partir d'un diagramme d'orbitales moléculaires de valence fourni.</p> <p>Interpréter un diagramme d'orbitales moléculaires obtenu par interaction des orbitales de deux fragments, fournies.</p> <p>Relier dans une molécule diatomique l'évolution de la longueur et de la constante de force de la liaison à l'évolution de l'ordre de liaison.</p> <p>Utiliser les orbitales frontalières pour prévoir la réactivité nucléophile ou électrophile d'une entité (molécule ou ion).</p> <p>Interpréter l'addition nucléophile sur le groupe carbonyle et la substitution nucléophile en termes d'interactions frontalières.</p> <p>Comparer la réactivité de deux entités à l'aide des orbitales frontalières.</p> <p><b>Approche numérique :</b> utiliser un logiciel de modélisation pour l'obtention d'orbitales moléculaires en vue d'une interprétation de la réactivité.</p> <p><b>Approche documentaire :</b> à partir de documents illustrant l'existence de bandes d'énergie dans les solides, analyser les propriétés de conduction électrique de matériaux.</p>
<p><b>3.3 Orbitales moléculaires et structure des complexes.</b></p>	
<p>Orbitales moléculaires de valence des complexes métalliques octaédriques :</p>	<p><b>Pratiquer une démarche expérimentale mettant en jeu la synthèse, l'analyse, la réactivité ou la caractérisation d'un complexe d'un métal de transition.</b></p> <p>Identifier parmi les orbitales de fragment fournies celles qui interagissent.</p>

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p>interactions entre fragments pour des ligands <math>\sigma</math>-donneurs intervenant par une seule orbitale.</p> <p>Ligands <math>\pi</math>-donneurs et <math>\pi</math>-accepteurs Coordination des systèmes <math>\pi</math> non délocalisés</p>	<p>Expliquer la levée partielle de dégénérescence des orbitales d.</p> <p>Établir la configuration électronique de valence d'un complexe dont le diagramme d'orbitales est donné.</p> <p>Reconnaître un ligand ayant des effets <math>\pi</math> à partir de la donnée de ses orbitales de valence.</p> <p>Identifier les interactions orbitales possibles entre orbitales atomiques d d'un métal et le système <math>\pi</math> d'un alcène ou d'un ligand carbonyle.</p> <p>Expliquer par une approche orbitale la coordination des systèmes <math>\pi</math> sur un fragment métallique donné.</p>
<p><b>3.4 Activité catalytique des complexes</b></p>	
<p>Cycles catalytiques.</p> <p>Processus élémentaires : addition oxydante, insertion et processus inverses.</p>	<p>Établir l'équation de réaction à partir d'un cycle catalytique donné.</p> <p>Distinguer catalyseur et précurseur de catalyseur.</p> <p>Déterminer la variation du nombre d'oxydation d'un métal au sein d'un complexe au cours d'une étape élémentaire d'un cycle donné.</p> <p>Reconnaître les étapes élémentaires d'un mécanisme donné.</p> <p>Donner le produit d'un acte élémentaire dont les réactifs sont précisés.</p> <p>Interpréter la modification de réactivité d'un alcène par les phénomènes électroniques mis en jeu lors de sa coordination.</p> <p><b>Approche documentaire :</b> à partir de documents impliquant des transformations en chimie bio-inorganique, analyser le rôle catalytique ou structurant des complexes métalliques.</p>

#### 4. MOLÉCULES ET MATÉRIAUX ORGANIQUES : STRATÉGIES DE SYNTHÈSE ET APPLICATIONS

Médicaments, produits phytosanitaires, matériaux polymères de synthèse aussi différents que les latex de peinture ou les boucliers thermiques des véhicules spatiaux ... Synthèses en chimie fine ou productions de fort tonnage découlent d'une démarche d'ingénierie moléculaire s'appuyant entre autres sur les apports de la chimie organique. L'élaboration, l'identification des structures et la prévision de la réactivité des molécules obéissent à des règles fondamentales dont les principes sont abordés dans les programmes de chimie de PCSI et de PC.

Le programme de PC s'inscrit dans la continuité de celui de PCSI et poursuit les objectifs



suivants :

- s'approprier la logique de la synthèse organique grâce aux compléments de formation relatifs aux conversions de groupes caractéristiques et à la création de liaison carbone-carbone ;
- consolider et compléter les connaissances des mécanismes fondamentaux et les capacités relatives à leur écriture à l'aide du formalisme des flèches courbes et des orbitales moléculaires.

L'approche retenue privilégie donc l'aspect mécanistique et la stratégie de synthèse à une présentation monographique, mais l'enseignant dispose de sa liberté pédagogique pour construire la progression de son choix.

L'enseignement de la chimie organique s'appuie sur les connaissances et capacités acquises en thermodynamique et cinétique chimiques et exploite les modèles orbitaux de description des structures et de la réactivité, introduits dans la partie « modélisation quantique et réactivité ». D'une part, l'utilisation des orbitales frontalières permet la prévision des géométries d'approche des réactifs et, dans le cas où l'évolution du système est sous contrôle frontalier, la prévision de la structure du produit majoritaire dans la transformation. D'autre part, l'étude de quelques cycles catalytiques permet de construire ou de réinvestir les compétences relatives aux complexes de métaux de transition. Aucune étude des propriétés intrinsèques des ligands carbène impliqués dans les réactions de métathèse n'est à envisager. Lors des épreuves d'évaluation, les orbitales frontalières comme les différentes étapes des cycles catalytiques sont systématiquement fournies aux étudiants.

Le cours et les activités s'appuient sur des exemples issus aussi bien des domaines de la chimie fine, de la chimie du vivant et de la chimie industrielle et permettent une sensibilisation aux principes de la chimie verte. La richesse des applications matériaux polymères organiques est présentée, en prise avec les problématiques sociétales actuelles et à venir.

À travers les capacités et contenus exigibles, sont développées des compétences générales qui pourront par la suite être réinvesties, consolidées et valorisées, parmi lesquelles :

- choisir le ou les modèle(s) pertinent(s) de description géométrique, électronique ou orbitale d'une espèce chimique pour rendre compte de sa réactivité ;
- identifier dans une entité complexe la partie utile au raisonnement ;
- utiliser des modèles de prédiction de l'évolution du système dans le cadre des transformations proposées ;
- pratiquer un raisonnement par analogie (analyse de réactivités et écriture de mécanismes) ;
- proposer une stratégie de synthèse dans le cadre d'un problème ouvert.

<b>Notions et contenus</b>	<b>Capacités exigibles</b>
	Identifier et nommer les groupes caractéristiques présents dans une entité donnée. Discuter des aspects thermodynamiques et cinétiques des transformations effectuées à l'aide de données tabulées et de résultats expérimentaux. Identifier les sites électrophiles et nucléophiles des réactifs à l'aide de leurs structures de Lewis ou de leurs orbitales frontalières. Expliciter à l'aide des orbitales frontalières la géométrie d'approche entre réactifs conduisant aux produits primaires par application du principe de recouvrement maximum.

Notions et contenus	Capacités exigibles
	<p><b>Conduire la synthèse et la purification d'un composé chimique à l'aide d'un protocole donné.</b></p> <p><b>Proposer ou mettre au point un protocole expérimental permettant de réaliser une synthèse organique à partir de données fournies.</b></p> <p><b>Analyser et justifier les choix expérimentaux dans une synthèse organique.</b></p>
<p><b>4.1 Conversion de groupes caractéristiques</b></p>	
<p><b>Additions sur les hydrocarbures insaturés</b></p> <p>De l'alcène à l'alcool.</p> <p>Hydratation acide : conditions opératoires, régiosélectivité, réactivité comparée des alcènes, mécanisme limite. Transposition, mécanisme schématique.</p> <p>Hydroboration d'un alcène terminal par le borane : régiosélectivité, mécanisme limite de l'addition du borane sur l'alcène ; hydrolyse oxydante.</p> <p>De l'alcène à l'alcane et de l'alcyne à l'alcène.</p> <p>Hydrogénation en catalyse hétérogène : aspects stéréochimiques, mécanisme.</p> <p>Hydrogénation en catalyse homogène.</p>	<p>Discuter de la régiosélectivité de la transformation à l'aide de la stabilité des ions carbénium intermédiaires.</p> <p>Expliquer la formation de certains produits par des transpositions.</p> <p>Interpréter la régiosélectivité de l'hydroboration à l'aide des effets stériques.</p> <p>Identifier les différents types d'interactions entre le catalyseur hétérogène et les réactifs. Interpréter la stéréospécificité syn de l'addition du dihydrogène à l'aide du mécanisme en catalyse hétérogène.</p> <p>Identifier les processus élémentaires intervenant lors de l'hydrogénation en catalyse homogène.</p>
<p><b>Additions nucléophiles suivies d'élimination</b></p> <p>De l'acide carboxylique aux amides et aux esters.</p> <p>Activation du groupe carboxyle : ex situ sous forme d'un chlorure d'acyle ou d'un anhydride d'acide ; in situ par protonation, par formation d'un anhydride mixte, in vivo par formation de l'acétylCoA.</p> <p>Synthèse des esters à partir des acides</p>	<p>Comparer les réactivités électrophiles des acides carboxyliques, chlorures d'acyle, anhydrides d'acide, esters, amides, les aptitudes nucléofuges des groupes partants dans les molécules correspondantes et en déduire l'importance de l'activation du groupe carboxyle.</p> <p>Proposer et/ou analyser différents moyens d'activation d'un groupe carboxyle.</p> <p>Expliquer comment obtenir un bon rendement</p>

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p>carboxyliques, des chlorures d'acyle et des anhydrides d'acide : aspects cinétiques et thermodynamiques, mécanismes limites.</p> <p>Synthèse des amides à partir des acides carboxyliques, des chlorures d'acyle et des anhydrides d'acide : aspects cinétiques et thermodynamiques, mécanismes limites.</p> <p>Des amides ou esters à l'acide carboxylique. Hydrolyses acide et basique des esters et des amides : conditions opératoires. Mécanisme limite de la saponification.</p>	<p>de synthèse d'ester à partir d'un alcool primaire ou secondaire et d'un acide carboxylique selon la méthode d'activation choisie et les conditions expérimentales.</p> <p>Justifier le choix des conditions opératoires retenues pour la synthèse des amides.</p> <p>Utiliser la formation des esters et des amides dans le cadre d'une stratégie de synthèse nécessitant la protection d'un groupe hydroxyle ou d'un groupe amino.</p> <p>Déduire de la structure d'un polyester ou d'un polyamide la formule du ou des monomères correspondants et réciproquement.</p> <p>Justifier le choix des conditions opératoires d'hydrolyse.</p> <p><b>Approche documentaire :</b> à partir de documents relatifs à la synthèse peptidique, analyser les stratégies de synthèse in vitro et in vivo.</p>
<p><b>Conversion par oxydoréduction</b></p> <p>Époxydation directe par un peroxyacide ; réactivité comparée des alcènes.</p> <p>Ouverture des époxydes en milieu basique : mécanisme, élaboration de diols anti.</p> <p>De l'acide ou de l'ester à l'aldéhyde ou à l'alcool primaire ; mécanisme schématique de la réduction des esters.</p>	<p>Justifier l'usage d'une base comme l'hydrogénocarbonate de sodium dans l'élaboration de l'époxyde. Discuter de la régiosélectivité de l'époxydation sur un polyène.</p> <p>Justifier la régiosélectivité et la stéréosélectivité de l'ouverture nucléophile d'un époxyde, en l'absence d'activation par un acide de Lewis ou de Bronsted.</p> <p>Interpréter la réduction d'un ester en alcool primaire en assimilant le réactif à un ion hydrure nucléophile. Identifier le produit de réduction d'un ester par un hydrure complexe, à l'aide de données fournies (chimiques et/ou spectroscopiques). Reconnaître ou proposer dans une stratégie de synthèse la conversion entre un ester et un aldéhyde ou un alcool primaire.</p>

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4.2 Création de liaisons CC</b>	
<p>Réaction de Diels-Alder</p> <p>Diastéréosélectivité, stéréospécificité, régiosélectivité, influence de la structure des réactifs sur la vitesse de la transformation (règle d'Alder). Réaction de rétro-Diels-Alder.</p>	<p>Interpréter les résultats cinétiques, stéréochimiques et la régiosélectivité d'une réaction de Diels-Alder sous contrôle cinétique.</p> <p>Identifier les interactions orbitales principales et, le cas échéant, secondaires. Interpréter, le cas échéant, la préférence d'une approche de type endo.</p>
<p>Réactivité nucléophile des énolates</p> <p>Acidité d'un composé carbonyle. Généralisation aux composés analogues (esters, <math>\beta</math>-dicétones, <math>\beta</math>-cétosters). Ordres de grandeur des <math>pK_a</math> des couples correspondants.</p> <p>C-alkylation en position alpha d'un groupe carbonyle de cétone : mécanisme limite, régiosélectivité de l'alkylation des énolates.</p> <p>Aldolisation non dirigée : mécanisme en milieu basique aqueux ou alcoolique. Aldolisation (cétolisation) croisée dirigée avec déprotonation totale préalable : mécanisme, intérêt synthétique. Crotonisation : déshydratation de l'aldol (cétol) en présence d'une base, mécanisme <math>E1_{cb}</math>, régiosélectivité.</p>	<p>Écrire la formule de la base conjuguée d'un composé carbonyle énolisable et justifier sa stabilité à l'aide du formalisme de la mésomérie. Proposer ou justifier le choix d'une base permettant de déprotoner un composé carbonyle ou un composé analogue.</p> <p>Justifier la réactivité nucléophile ambidente de l'énolate dans le formalisme de la mésomérie ou par l'analyse de ses orbitales frontalières.</p> <p>Décrire les interactions entre orbitales frontalières des réactifs et interpréter la régiosélectivité de l'alkylation de l'énolate.</p> <p>Choisir dans le cadre d'une stratégie de synthèse les meilleures conditions de préparation d'un aldol (cétol) issu d'une aldolisation (cétolisation) croisée. Justifier par la compétition avec l'aldolisation l'impossibilité d'alkyler un aldéhyde. Justifier la régiosélectivité de la crotonisation en présence d'une base.</p>
<p>Réaction de Michael sur une <math>\alpha</math>-énone ; mécanisme.</p>	<p>Décrire les interactions entre orbitales frontalières des réactifs et interpréter la régiosélectivité de la réaction de Michael. Identifier dans une analyse rétrosynthétique les réactifs permettant de réaliser une addition de Michael sur une <math>\alpha</math>-énone.</p>
<p>Utilisation des organomagnésiens en synthèse</p> <p>Synthèse des alcools par action des organomagnésiens sur les époxydes et les esters : bilan, mécanisme schématique.</p>	<p>Proposer une synthèse magnésienne d'un alcool.</p>
<p>Création de liaisons C=C</p> <p>Réaction de Wittig</p> <p>Métathèse des alcènes</p>	<p>Identifier le dérivé carbonyle et le dérivé halogéné, précurseur de l'ylure, mis en œuvre dans la création d'une liaison C=C par une réaction de Wittig.</p> <p>Identifier des précurseurs possibles pour</p>

Notions et contenus	Capacités exigibles
	synthétiser un alcène par métathèse. Reconnaître réactifs, produits, catalyseur et précurseur de catalyseur dans le ou les cycles catalytiques décrivant le mécanisme d'une métathèse.
<b>4.3 Matériaux organiques polymères</b>	
Architecture moléculaire Macromolécules linéaires et réseaux Masses molaires moyennes en nombre et en masse d'un polymère non réticulé Indice de polymolécularité  Les différents états physiques Interactions entre macromolécules. Transition vitreuse. Polymère amorphe, semi-cristallin.  Propriétés mécaniques Matériaux thermoplastiques Élastomères	Repérer l'unité de répétition au sein d'une macromolécule naturelle ou artificielle. Relier l'allure de la courbe de distribution de masses molaires à l'indice de polymolécularité. Distinguer interactions faibles et réticulation chimique. Déterminer l'état physique d'un polymère à la température d'étude.  Associer un diagramme de traction à un type de matériau à température fixée. Analyser une courbe d'évolution du module d'Young avec la température.

### Appendice 1 : matériel

Cette liste complète celle donnée en annexe 1 du programme de chimie de la classe de PCSI. Elle regroupe avec celle-ci le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice simplifiée fournie sous forme de version papier ou numérique. Une utilisation de matériel hors de ces listes lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue, mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une introduction guidée suffisamment détaillée.

- Multimètre, millivoltmètre et électrodes
- Calorimètre

### Appendice 2 : outils mathématiques

Les outils mathématiques dont la maîtrise est nécessaire à la mise en œuvre du programme de chimie PC sont d'une part ceux qui figurent dans l'appendice 2 du programme de PCSI et d'autre part ceux qui figurent dans la liste ci-dessous.

Les capacités relatives à la notion de différentielle d'une fonction de plusieurs variables sont limitées à l'essentiel, elles seront mobilisées principalement dans le cours de chimie sur la thermodynamique de la transformation chimique ; les fondements feront l'objet d'une étude dans le cadre du chapitre « calcul différentiel » du cours de mathématique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Calcul différentiel</b>	
Fonctions de plusieurs variables à valeurs réelles. Dérivées partielles. Différentielle. Théorème de Schwarz.	Relier la différentielle et les dérivées partielles premières. Utiliser le théorème de Schwarz (admis).
Intégration de l'expression d'une dérivée partielle.	Intégrer une expression de la forme $\partial f/\partial x = g(x,y)$ à $y$ fixé en introduisant une fonction $\phi(y)$ inconnue comme « constante d'intégration ».